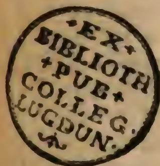
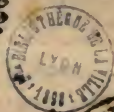
ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΚΑΤΟΠΤΡΙΚΑ.

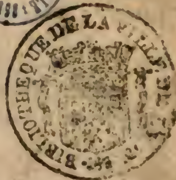
EVCLIDIS CATO-PTRICA, ID EST ELEMENTA

eius scientiæ, qua uniuersa speculorum uis atq; natura explicatur: primum Græce, antehac nunquam in lucem ædita: & nunc noua translatione per Conradum Dasypodium in Latinam linguam translata.









ARGENTORATI

M. D. LVII.

CLARISSIMO ATQVE DOCTISSIMO VIRO DOMINO PHILIPPO MELANCHTHONI ACAdemiæ Vuittembergensis professori primario domino suo obseruandissimo Conradus Dasypodius.



IN SVMMO APVD GRAECOS HONORE GEOMEtriam fuisse, eorum nunquam satis laudata scripta testantur. honos enim ut dicitur alit artes, & ad studia literarum incendimur gloria: quæ uerò apud quosque improbantur, neglecta iacent. itaque omnes hanc discebant: nec satis doctrina excultus putabatur, qui non geometriæ esset peritus. Quare nihil mathematicis in Græcia illustrius. Thales namque Milesius primus in eam has disciplinas transtulisse dicitur: cuius doctrinã reliqui philosophi, cum et recepissent, & uariis inuentis additis mirum in modũ amplificassent, summo studio diligentiaque conseruarunt: ut nullus ferè fuerit, qui nõ in hoc genere scientiarũ, præstare aliis uellet, sicuti fuit Mamercus Stesichori poetæ frater, Pythagoras Samius, Anaxagoras Clazomenius, Oenopides & Hippocrates Chii, Philolaus & Architas Tarentini, Plato Atheniensis: & ut summatim dicam, qui ea ętate uixerunt Philosophi, huic incumbebant scientiæ. siquidem nemo in album eruditorum fuit receptus, nisi mathematicis (geometria præsertim) disciplinis se exercuisset. idcirco tam familiaris harum cognitio eis fuit: ut pueris tandem hanc & alias disciplinas mathematicas omnes, prima elementa ad perfectam philosophiæ cognitionẽ consequẽdam, esse uoluerint. Opifices etiam uulgo ut pictores, Statuarii, Mechanici, Architecti geometriæ sciebant theoremata: iisque utebantur: imo eruditos libros scripserunt, ut de Appelle aliisque cõplurimis, apud Vitruuium legimus, & de Hierone mechanico certi sumus. Denique adeo diuturnitate temporis, semper confirmata, & unã cum sæculis ætatibusque hominum inueterata hæc sunt studia, ut qui se in erudito geometrarum puluere exercuissent, multis etiã postea temporibus, in summa apud omnes fuerint admiratione: & apud po

steros æternam laudem, atq; nominis sui gloriam sibi compararint. Horum igitur uestigiis insistendum iis erit: quibus studia literarum curæ sunt: & ut à nobis sunt recepta: sic etiam in posterum autorita te eruditorum, & studio atque industria discentium cõseruanda cõfirmandaq; erunt. Quæ quidem doctissime uir, non quod de tua erga hæc studia beneuolentia, & amore dubitem scribo: sed ut, qui aut ignorantia, aut ignauia has contemnunt & aspernantur scientias, intelligant: omnibus temporibus geometriam in summo apud eruditos fuisse præcio: neque tantum ad philosophiæ cognitionem necessariam atque utilem esse habitam: uerumetiam maiores nostros, hęc studia, quia abunde magnas uitæ societati utilitates adferrent, idcirco coluisse: & hanc ob causam non immerito ex magnis beneficiis Dei mathematicæ disciplinæ à Gręciæ sapientibus, & maioribus cõstitutæ nominatæq; sunt. Quidquid enim magnam utilitatem generi humano adferret: id nõ sine diuina bonitate erga homines fieri arbitrabantur. quare diuinas scientias appellarunt. cum quod adolescentum ingenia exacuant: & celeritatem comprehendendi naturæ secreta efficiant: tum etiam quia multas artes hominum societati necessarias atque utiles producant. Et ut taceam de reliquis: geometria μηχανικὴν producit quæ uarias machinas ad usum totius rei bellicæ necessarias cõstruit: qualia multa diuino uir ingenio Archimedes excogitauit: quę Romanis Syracusas terra mariq; obsidẽtibus, magno nocumento atq; formidabilia fuerunt. eadem illa ars uaria quoque organa ad usum uitæ necessaria conficit: de quibus scribit Vitruuius. γεωδαισία etiã ex fontibus huius scientię deriuata: agrorum, interuallorumq; dimensionem: locorum situm atque figuram: uiarum & itinerum terra mariq; distantias: differentias deniq; ponderum & mensurarum tradit ac explicat: aliaq; multa, sine quibus societas hominum & æquitas, conseruari non posse uidetur, inquirit. Præterea ὀπτικὴ ex iisdem geometriæ principiis orta, uarias apparentias demonstrat: atq; uisu nostro tanquam lineis utitur: & ex eiusmodi radiis uisualibus angulos constituit: diuisa uero hæc est in eam quę proprio nomine perspectiua, Gręcis ὀπτικὴ dicitur: in qua causæ explicantur eorum quæ aliter quam sint apparere solent: ob ipsorum alios atque alios situs & distantias. Vt sunt lineæ æquedistantes,

ſtantes, quæ uidentur concurrere: quamuis nunquam concurrant. Poſtea in uniuerſam illam doctrinam κατοπτρικὴν ſpecularem dictā: quæ cuiuſcunq; generis radios fractos ſiue flexos perſcrutatur: quibus adhærent, & imaginum cognitio εἰκαστικὴ γνῶσις appellata: & umbrarum depictio: σκιογραφικὴ nominatur à Græcis: quæ diuerſitatem imaginum umbrarumq; explicant: cur alia atq; alia imago umbráue, propter interuallum, aut eleuationem rei uiſæ, oculis ſpectantium exhibeatur. Longum eſſet profecto huius diſciplinæ mathematicæ, quæ per ſe cognitione eſt digna utilitatē recenſere: ac oſtendere, quantum eius perceptio rebus cōducat humanis: cum hæ ſubminiſtræ artes atque ſcientiæ: tantopere humano generi proſint: inter quas κατοπτρικὴ non infimum tenet locum: ideoq; & præſens libellus non in paruo habendus erit præcio: ab Euclide ſummo geometra conſcriptus: qui quamuis exiguus ſit, tamen & uirum acri ingenio, ſummoq; iudicio præditum indicat: huiusq; doctrinæ excellentiam nobis ob oculos ponit. Nam ut Ariſtoteles inquit ex ſubiecto & methodo, dignitas atque excellentia artium apparet. in hoc libello mathematicis demonſtrationibus, quibus nihil certius eſſe poteſt, de natura & proprietate lucis atque potentiæ uiſiuæ traditur: qua re nihil mirabilius, nihil præſtantius in hac naturalium rerū conſideratione eſſe uidetur. ita uero ab autore conſcriptus eſt, ut prima tantum ac ſimpliciſſima huius ſcientiæ tractet elementa. Quoniam cum ſeptem tantum ſint ſpeculorum regularium genera: ad quæ cætera omnia referuntur: horum uarietatē uniuerſali doctrina, ad tria tantum reducit: quorum unum eſt planorum, alterum conuexorū, tertium concauorum: plana unius ſunt generis, multæ tamen ac diuerſæ ſunt eorum formæ: conuexorum autē tria, pyramidale, ſphæricum, columnare: concauorum totidem. Horum omnium doctrina, etſi à ueteribus percepta, literisq; tradita fuit: nihil tamen adhuc quod ſciam, in lucem prodiit: & uel temporum iniuria: uel eorum qui ante nos fuerunt incuria nobis ſunt erepta. Legimus enim Ptolemęum quinq; libris uniuerſam doctrinam ſpeculorum complexū eſſe: & Archimedem ingenti uolumine Cœlius ſcribit de ſpeculorū naturalium & artificialium natura ſcripſiſſe: atque hunc noſtrū Euclidem elemēta huius ſcientiæ (ut uidemus) tradidiſſe Proclus Dia-

dochus commemorat. Qui quidẽ libellus, cum ad manus meas peruenisset, operæ precium me facturũ putabam, si cum propter huius cognitionis excellentiam, tum etiam autoris nomen, in lucem ederem. Tibi uero clarissime uir dedicaui: quia & te plurimum amare disciplinas mathematicas scio: & aliis subinde horum studiorum auctorem esse intelligo. accedit quidem & illud, quod cum multi, non quia didicerint has scientias, sed admirentur: ad suscipiendum hoc genus studiorum alios hortari soleant: tu id facias, quia his artibus atque studiis instructus, de huiusmodi scriptis facillime iudicare: & quid γεωμετρικόν quid ue ἀγεωμέτρητον sit perspicere possis. Has igitur primitias meorum studiorũ, in tuum patrocinium recipias: ac mea studia tibi commendata habeas rogo: quod si has tibi cæterisq; eruditis probari intellexero: operam dabo, ut alios grecos mathematicos latine etiam loquentes studiosi habeant. Vale in Christo: quarto Idus Februarii.

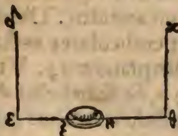
M. D. LVII.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ Κατόπτρικα.

α Ὄψιν εἶναι εὐθεῖαν, ἧς τὰ μέσα πάντα τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ.

β Τὰ ὁρώμενα ἅπαντα, κατ' εὐθείας ὁρᾶσθαι.

γ Ἐνόπτρου τεθέντος ἐν ἐπιπέδῳ, καὶ θεωρουμένου τινὸς ὕψους, ὃ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ἐπιπέδῳ· γίνονται ἀνάλογον, ὡς ἡ μεταξὺ τοῦ ἐνόπτρου, καὶ τοῦ πρὸς ὀρθὰς ὕψους· οὕτω τὸ τοῦ θεωροῦντος ὕψος, πρὸς τὸ πρὸς ὀρθὰς τῷ ἐπιπέδῳ ὕψος.



δ Ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις, τοῦ τόπου καταληφθέντος ἐφ' ὃν ἡ κάθετος πίπτει ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου· οὐκέτι ὁρᾶται τὸ ὁρώμενον.

ε Καὶ ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις, καταληφθέντος τοῦ τόπου δι' οὗ ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου εἰς τὸ κέντρον ἄγεται τῆς σφαίρας· οὐκέτι ὁρᾶται τὸ ὁρώμενον. τὸ δ' αὐτὸ καὶ ἐν τοῖς κυρτοῖς συμβαίνει.

EVCLIDIS KATOπτρικα seu Elementa eius scientiæ

que doctrinam speculorum tradit.

1 Visus est linea recta, cuius media omnia extremis conueniunt. α———β Id est, media sic ex ęquo interiacent extremis, ut neq; sursum neq; deorsum extra tramitem extremorũ punctorum egrediantur.

2 Quæcunq; uidentur, per lineas rectas uidentur.

3 Quod si speculum in superficie plana positũ sit, & altitudo alicuius rei conspiciatur quæ ipsi superficiei planæ ad angulos rectos sit sita, tum proportionales erunt. ita ut quemadmodũ se habet recta quę est inter speculum et spectantem, ad rectam lineam quę est inter speculum & altitudinem ad angulos rectos erectã, sic etiam se habet altitudo eius qui cõspicit, ad altitudinẽ quæ ad angulos rectos superficiei collocata est.

4 In speculis planis occupato loco in quem perpendicularis à re uisa cadit: res quæ alias uidebatur, uideri non potest.

5 In speculis etiam conuexis, occupato loco per quem in centrum sphæræ à re uisa perpendicularis ducitur: res quę alias uidebatur, uideri non potest. Idẽ quoque in cauis euenit speculis.

ϛ. Ἐὰν εἰς ἀγγεῖον ἐμβληθῇ τι, καὶ λάβῃ ἀπόστημα ὥστε μηκέτι ὁρᾶσθαι τοῦ αὐτοῦ ἀποστήματος· ἐὰν ὕδωρ ἐγχεθῇ τῷ ἀγγείῳ, ὀφθήσεται τὸ ἐμβληθέν.

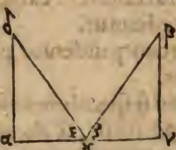
6 Si in aliquod uas iniiciatur quippiam, quod, ſumpto aliquo interuallo diſtantiam eã habeat, ut uideri nequeat: ea manente diſtantia, ſi aqua infundatur uaſi, id quod iniectum eſt uidebitur.

α΄ Πρότασις.

Ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων κατόπτρων, καὶ κυρτῶν, καὶ κοίλων, αἱ ὄψεις ἐν ἴσαις γωνίαις ἀνακλῶνται.

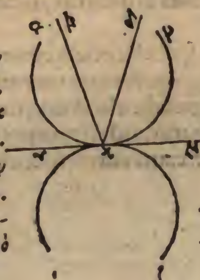
Propoſitio prima.

Ex ſpeculis planis, conuexis, atque cauis, uiſus, reflexionem faciunt in angulis æqualibus.



Ἔστω ὄμμα τὸ β, καὶ κάτοπτρον ἐπίπεδον τὸ α γ, ὄψις δὲ ἀπὸ τοῦ ὄμματος φερέσθω ἡ β κ, καὶ ἀνακεκλάσθω ἐπὶ τὸ δ. Φημὶ δὴ τὴν ε γωνίαν ἴσην εἶναι τῇ ζ. Ἤχθωσαν γὰρ κάθετοι ἐπὶ τὸ κάτοπτρον, αἱ β γ, δ α. οὐκοῦν ἐστὶν ὡς ἡ β γ, πρὸς τὴν γ κ, ἡ δ α πρὸς τὴν α κ. τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς ὅροις ὑπόκειται. ὅμοιον ἄρα τὸ β γ κ τρίγωνον, τῷ δ α κ τριγώνῳ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ε γωνία, τῇ ζ γωνίᾳ. τὰ γὰρ ὅμοια τρίγωνα ἰσογώνιά ἐστιν.

Sit oculus β, & ſpeculum planum α γ. uiſus autem qui ab oculo fit, ſit β κ: reflectatur autem in δ. Dico quod angulus ε, æqualis eſt angulo ζ. Ducantur enim perpendiculares rectæ β γ, δ α, ad ſpeculum planum α γ. Vt igitur ſe habet β γ, ad γ κ, ſic ſe habebit δ α ad α κ. Hoc enim in definitionibus pro certo proponebatur. Triangulus igitur β γ κ ſimilis eſt triangulo δ α κ. Quare angulus ε, æqualis eſt angulo ζ. Trianguli namque qui ſimiles exiſtunt, ęquales etiam angulos habent.



Ἔστω δὲ κυρτὸν κάτοπτρον τὸ α κ γ. ὄψις δὲ ἡ β κ, ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ δ. Λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ε θ γωνία, τῇ ζ λ. Παρέθηκα ἐπίπεδον κάτοπτρον τὸ

Sit nunc propoſitum ſpeculum α κ γ conuexum, uiſus autem reflexionem faciens in δ ipſa recta β κ. Dico quod angulus ε κ θ ęqualis eſt angulo ζ κ λ. Apposui ſpeculum planum ν μ.

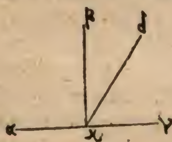
ν μ. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ μ κ β γωνία, τῇ ὑπὸ ν κ δ. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ γ μ κ. τῇ ὑπὸ α κ ν. ἐφάπτεται γὰρ ἡ μ ν. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ β κ γ, τῇ ὑπὸ δ κ α ἴση ἐστίν.

Ἔστω δὴ πάλιν κοῖλον ἔνοπτρον τὸ α κ γ, ὄψις δὲ ἡ β κ, ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ δ. Λέγω ὅτι ἡ ὑπὸ β κ γ γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ δ κ α. παρατεθέντος γὰρ ἐπιπέδου ἐνόπτρου, ἴση γίγνεται ἡ ὑπὸ β κ μ γωνία, τῇ ὑπὸ δ κ ν. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ γ κ μ, τῇ ὑπὸ α κ ν. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ β κ γ, τῇ ὑπὸ δ κ α ἴση ἐστίν.

β.

Πρὸς ὁποῖον ἂν τῶν ἐνόπτρων, προσπίπτῃ ἡ ὄψις, ἴσας ποιοῦσα γωνίας· αὐτὴ δι' ἑαυτῆς ἀνακλασθήσεται.

Ἔστω ἔνοπτρον ἐπίπεδον τὸ α γ. ὄμμα δὲ τὸ β. ὄψις δὲ ἡ β κ προσπιπτέτω, ἴσας ποιοῦσα γωνίας τὰς ὑπὸ α κ β, γ κ β. Λέγω ὅτι ἀνακλωμένη ἡ β κ, ἀφ' ἑαυτῆς ἥξει, τουτέστιν ἐπὶ τὸ β. μὴ γάρ. ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἡκέτω ἐπὶ τὸ δ. καὶ ἐπειδὴ αἱ ὄψεις ἐν ἴσαις ἀνακλῶνται γωνίαις, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ α κ δ γωνία, τῇ ὑπὸ γ κ β. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ α κ β, τῇ ὑπὸ γ κ β ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ α κ β ἄρα γωνία, τῇ ὑπὸ α κ δ ἐστὶν ἴση, ἡ μείζων τῇ ἐ-



ν μ. Quoniã nunc angulus μ κ β æqualis est angulo ν κ δ, sed & angulus γ κ μ æqualis est angulo α κ ν. Recta enim μ ν tãgit circũferentiã speculi conuexi. totus igitur angulus β κ γ æqualis est toti angulo δ κ α.

Rursus sit propositum speculum α κ γ concauum, β κ uero sit uisus reflectens ad δ. Dico quod angulus β κ γ. æqualis est angulo δ κ α. Si etenim apponatur speculum planũ angulus β κ μ æqualis erit angulo δ κ ν, sed angulus γ κ μ æqualis est angulo α κ ν. Reliquus igitur angulus β κ γ, reliquo angulo δ κ α erit æqualis.

Secunda.

Visus in qualecũq; genus speculi inciderit: cũ fecerit æquales angulos, ipse in seipsum reflexu faciet.

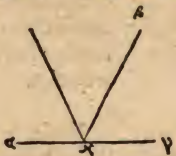
Sit speculum planum α γ, oculus autem β, uisus uero β κ incidat, ita ut æquales angulos faciat α κ β, γ κ β. Dico quod β κ uisus reflexionem faciens in seipsum, reuertatur, hoc est in β. Hoc nõ fieri dicatur, uerũ si fieri potest, perueniat in δ. Et quoniã uisus in angulis æqualibus reflexionẽ faciunt, angulus α κ δ, æqualis est angulo γ κ β, uerum & angulus α κ β, angulo γ κ β demonstratus est æqualis esse. angulus igitur α κ β, angulo α κ δ est æqualis, maior

λάττονι. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἡ ἄρα β κ ὄψις, ἐφ' ἑαυτῆς ἀνακλασθήσεται. ἡ δ' αὐτὴ ἀπόδειξις, ἁρμόσει καὶ ἐπὶ τῶν κυρτῶν, καὶ τῶν κοίλων ἐνόπτρων.

γ

Πρὸς ὁποῖον ἂν τῶν ἐνόπτρων, προσπίπτουσα ὄψις ἀνίσους ποιεῖ γωνίας· οὔτε δι' ἑαυτῆς ἀνακλασθήσεται, οὔτε ἐπὶ τῆς ἐλάσσονος γωνίας.

Ἔστω ἐπίπεδον ἔνοπτρον τὸ α κ γ, ὄψις δὲ ἡ β κ προσπιπτέτω, μείζονα ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ α κ ϐ, τῆς ὑπὸ γ κ ϐ. λέγω ὅτι ἡ ϐ κ ἀνακλωμένη, οὔτε αὐτὴ δι' ἑαυτῆς ἀνακλασθήσεται, οὔτε ἐπὶ τῆς ὑπὸ β κ γ γωνίας. εἰ μὲν γὰρ ἥξει ἐπὶ τὸ β, ἔσται ἡ ὑπὸ α κ ϐ γωνία, τῇ ὑπὸ γ κ β ἴση, ὅπερ ἄτοπον. ὑπόκειται γὰρ μείζων. Εἰ δὲ διὰ τοῦ δ, ἴση ἔσται ἡ ζ γωνία, τῇ θ ἐστὶ δὲ μείζων. Ἡ ἄρα β κ, ἀνακλασθήσεται ἐπὶ τῆς μείζονος γωνίας τῆς ὑπὸ α κ ϐ. Δυνατὸν γὰρ, ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην ἀφαιρεθῆναι. Ἔστι δὲ ἡ αὐτὴ ἀπόδειξις ἐπὶ τῶν κυρτῶν καὶ κοίλων.



δ

Αἱ ὄψεις ἐπὶ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων, καὶ κυρτῶν ἀνακλώμεναι· οὔτε συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, οὔτε παράλληλοι ἔσονται.

minori quod est impossibile: quare β κ uisus in se reflectetur. Hæc eadem demonstratio etiam conuenire poterit in speculis conuexis & concauis.

Tertia.

Visus in qualecunque speculi genus incidat, & angulos faciat inæquales, neque in se reflectetur, neque in minorem angulum.

Sit speculum planum α κ γ, uisus autem β κ incidat, angulum α κ ϐ maiorem faciens angulo γ κ ϐ. Dico quod ϐ κ si reflexionem faciet, neque ipse in se reflectetur, neque in minorem angulum β κ γ. Si enim in ϐ incidat, erit augulus α κ ϐ æqualis angulo γ κ β, quod est absurdũ, cum maior in quæstione esse propositum sit. Quod si uero in δ incidere affirmetur, angulus ζ æqualis est angulo θ. uerum & maior est. Quare β κ incidet sua reflexione in angulum maiorem α κ ϐ. Quia à maiore angulo æqualis minori auferri potest angulus. Eadem quoque erit demõstratio in conuexis speculis et cõcauis.

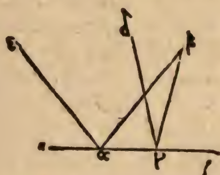
Quarta.

Visus qui in speculis planis & conuexis reflectuntur: neque inter se mutuo concurrent, neque inter se æque distantes erunt.

Sit

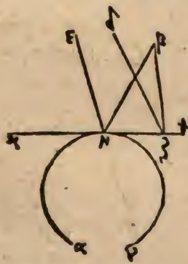
Ἔστω ἐπίπεδον κάτοπτρον τὸ α γ, ὄμμα δὲ τὸ β, ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ β γ δ, β α ε. Λέγω ὅτι αἱ γ δ, α ε οὔτε παράλληλοι εἰσίν, οὔτε συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ δ ε. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν, ἡ μὲν ὑπὸ β γ ζ γωνία, τῇ ὑπὸ δ γ α· ἡ δὲ ὑπὸ β α γ, τῇ ὑπὸ α ε κ· μείζων δὲ ἡ ὑπὸ β γ ζ, τῆς ὑπὸ β α γ, διὰ τὸ ἐκτὸς εἶναι τοῦ β α γ τριγώνου. μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ δ γ α, τῆς ὑπὸ ε α κ. οὐκ ἄρα παράλληλός ἡ γ δ τῇ α ε ἐστίν· οὐδὲ συμπίπτουσιν ἐπὶ τὰ ε δ ἀλλήλαις.

Sit speculum planum α γ, oculus β, uisus reflexũ habentes β γ δ, β α ε. Dico quod γ δ, α ε neque æquedistantes sint, neque concursum mutuũ faciant in δ ε. Nam cum angulus quidem β γ ζ æqualis sit angulo δ γ α, angulus uero β α γ, ęqualis sit angulo α ε η, angulus β γ ζ maior sit angulo β α γ. Quoniam est extra β α γ triangulum. ergo angulus δ γ α maior etiam est angulo ε α κ. Quare γ δ non est æquedistans α ε postea neque concurrunt in punctis ε δ.



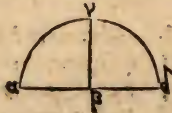
Ἔστω δὴ πάλιν κυρτὸν κάτοπτρον, τὸ α κ γ. ὄμμα δὲ τὸ β, ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ β ζ δ, β κ ε. Λέγω ὅτι αἱ ζ δ, ε κ, οὔτε παράλληλοι εἰσίν, οὔτε συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ ε, δ. Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ κ ζ εὐθεῖα καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ᾽ ἑκάτερα κατὰ τὰ θ κ σημεῖα. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ β ζ θ γωνία, τῇ ὑπὸ δ ζ κ· ἡ δὲ ὑπὸ β κ θ, τῇ ὑπὸ ε κ μ. Διὰ τὸ ἐν ἴσαις ἀνακλᾶσθαι γωνίαις. μείζων δὲ ἡ ὑπὸ β ζ θ γωνία, τῆς ὑπὸ β η θ. εἴη ἂν ἡ ὑπὸ δ ζ κ μείζων, τῆς ὑπὸ ε κ μ. οὐκ ἄρα συμπεσοῦνται αἱ δ ζ ε κ εὐθεῖαι· οὐδὲ παράλληλοι εἰσίν.

Præterea proponatur speculum cõuexum α κ γ, oculus sit β, uisus uero reflectentes β ζ δ, β κ ε. Dico quod ζ δ, ε κ, neque æquedistantes sint, neque cõcurrant in punctis ε δ. coniungantur pũcta η, ζ, fiatque linea recta η ζ, quæ extendatur in utramque partẽ ad puncta θ κ. Quoniam igitur angulus β ζ θ angulo δ ζ κ æqualis est, angulus uero β κ θ, angulo ε κ μ æqualis, quod in angulis æqualibus reflexionem faciant. uerũ quoniam angulus β ζ θ angulo β η θ maior est, erit etiã angulus δ ζ κ, maior angulo ε κ κ. Quare δ ζ ε η rectæ non concurrent, neque ęquedistantes erunt.

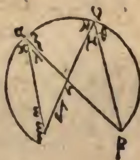


Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις, ἐὰν ἢ ἐπὶ τοῦ κέντρου, ἢ ἐπὶ τῆς περιφερείας, ἢ ἐκτὸς τῆς περιφερείας θῇς τὸ ὄμμα, τοῦτ' ἔστι μεταξὺ τοῦ κέντρου, καὶ τῆς περιφερείας: αἱ ὄψεις ἀνακλώμεναι συμπεσοῦνται.

Ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ αβγ, κέντρον δὲ τὸ β. καὶ κείσθω τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ β, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀπὸ τοῦ β ὄψεις, πρὸς τὴν περιφέρειαν αἱ βα, βγ, βδ. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς σημείοις τοῖς α δ γ γωνίαι. ἡμικυκλίου γάρ εἰσιν. αἱ ἄρα ὄψεις ἀνακλώμεναι, δι' ἑαυτῶν ἀνακλασθήσονται αἱ βα, βγ, βδ. τοῦτο γὰρ δέδεικται. ὥστε συμπεσοῦνται κατὰ τὸ β.



Ἔστω δὲ πάλιν κοῖλον ἔνοπτρον τὸ αγδ. ὄμμα δὲ τὸ β. κείσθω δὲ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ. καὶ ἀπ' αὐτοῦ, προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ βγ, βα, ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ δ, ε σημεῖα. ἐπεὶ οὖν μεῖζόν ἐστι τὸ αγβ τμῆμα τοῦ βγ τμήματος: μείζων ἐστὶν ἡ ζ γωνία, τῆς θ γωνίας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ κ, τῆς η μείζων ἐστίν. αἱ ἄρα ζ, κ, τῶν θ, η μείζους εἰσίν. λοιπὴ ἄρα ἡ λ τῆς μ ἐλάσσων ἐστί. πολλῷ μᾶλλον ἄρα ἡ λ, τῆς ν ἐλάσσων ἐστίν, συμπεσοῦν-



Si in speculis cauis aut ad centrũ, aut ad circumferentiam, aut extra circumferentiam oculum posueris, hoc est inter centrum & circumferentiã speculi caui: uisus qui refractionem faciunt, concurrent.

Sit speculum concauum αβγ, centrum uero β, et ponatur oculus in β, ab eoque uisus cadant ad circumferentiam, βα, βγ, βδ. Anguli igitur qui sunt ad puncta α, δ, γ equales erunt. Nã sunt anguli in semicirculo cõstituti. Quare uisus reflectentes in se redibunt, nempe βα, βγ, βδ. hoc enim demonstratum est. Quare in puncto β cõcurrent.

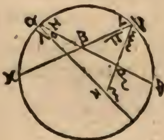
Rursus proponatur concauum speculum αγδ, oculus uero β. ponatur uero in eius circumferentia, & ab eo uisus fiant βγ, βα, reflexionẽq; faciant ad puncta δ, ε. Quoniã igitur segmentum αγβ maius est segmento βγ: erit etiã angulus ζ, maior angulo θ, iisdem mediis demonstrabitur quod angulus κ maior sit angulo η. Quare ζκ maiores sunt quam θη. Reliquus igitur λ, minor est quam sit μ: multo magis igitur λ minor est quam ν. Quare γδ, αε in puncto

ται ἄρα αἱ γ δ, α ε, κατὰ τὸ ξ. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἐκτὸς τῆς περιφερείας πίπτει τὸ ὄμμα, ὡς ἐπὶ τοῦ ἑξῆς θεωρήματος.

ϛ

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις, ἐὰν ἀνὰ μέσον τοῦ κέντρου, καὶ τῆς περιφερείας θῇς τὸ ὄμμα, ὅτε μὲν συμπεσοῦνται, αἱ ὄψεις ἀνακλώμεναι: ὅτε δὲ οὐ συμπεσοῦνται.

Ἔστω ἔνοπτρον κοῖλον τὸ α γ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ δ, ὄμμα δὲ κείσθω τὸ β, μεταξὺ τοῦ κέντρου, καὶ τῆς περιφερείας. ὄψεις δὲ αἱ β α, β γ, ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ η, ζ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ὄψεις ἕως τοῦ ἐνόπτρου αἱ α θ, γ κ. ἡ α θ δὴ, τῆς γ κ ἢ μείζων ἐστίν, ἢ ἴση, ἢ ἐλάσσων. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ α θ ὄψις, τῇ γ κ ὄψει. ἴση δή ἐστι καὶ ἡ α γ θ περιφέρεια, τῇ γ θ κ περιφερείᾳ: ὥστε καὶ ἡ μ γωνία τῇ ξ. αἱ γὰρ τῶν ἴσων περιφερειῶν γωνίαι, ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις. καὶ αἱ μ λ ἄρα γωνίαι ταῖς ν ξ εἰσὶν ἴσαι, διὰ τὴν ἀνάκλασιν. Καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ο, τῇ ϖ ἴση ἐστί. μείζων ἄρα ἡ ϛ, τῆς ο. ἐπεὶ γὰρ ἡ ϛ γωνία, τῆς π μείζων ἐστὶ, διὰ τὸ ἐκτὸς εἶναι. ἡ δὲ π, τῇ ο ἴση. καὶ ἡ ϛ ἄρα, τῆς ο μείζων ἐστί. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ο ς ξ, ὁμοίως γὰρ τῷ πρὸ τούτου θεωρήματι ἀποδείκνυται. συμπεσοῦνται ἄρα αἱ γ ζ, α η, ὡς ἐπὶ τὰ



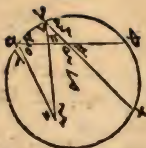
puncto ξ concurrent. Simili modo ac uia demonſtrabitur hic cõcurſus, etiamſi extra circumferentiam oculus ceciderit, ut in theoremate ſequente demonſtrabitur.

Sexta.

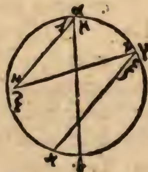
Si in ſpeculis cauis in medio centri & circumferentiæ colloces oculum: interdũ uiſus reflectentes concurrent, interdum non concurrent.

Sit ſpeculum cauum α γ, cẽtrum eius δ, oculus uero ponatur β, inter centrum & circumferentiam. uiſus uero ſint β α, β γ reflectentes ad η ζ, atque uiſus hi extendantur uſque ad ſpeculum, & ſint α θ, γ κ. Aut igitur α θ maior eſt quam ſit γ κ, aut æqualis ei, aut minor quam γ κ. Quod ſi uiſus α θ æqualis eſt uiſui γ κ, erit quoq; α γ θ circũferentia γ θ κ circũferentiæ ęqualis. Quare & angulus μ angulo ξ erit ęqualis. anguli enim ęqualiũ circumferentiarũ ſibi ęquales ſunt. anguli igitur μ, λ propter reflexionẽ angulis ν, ξ ęquales erunt. reliquus igitur angulus ο, reliquo ϖ ęqualis eſt. quare angulus ϛ, angulo ο maior erit. Quoniam enim angulus ϛ angulo π maior eſt: quia eſt externus. angulus uero ϖ angulo ο eſt æqualis. Idcirco & ϛ maior eſt quã ſit ο cõmunis additur angulus ο ϛ ξ.

υ, ζ. τὸ δ' αὐτὸ ἔσαι καὶ μείζων ᾖ ἡ α θ ὄψις, τῆς γ κ. μείζονες γὰρ ἔσονται αἱ λ μ γωνίαι τῶν ν ξ. ἡ δὲ π, τῆς ο μείζων ἔσαι. καὶ ἡ ρ, τῆς ο. ἐὰν δὲ ἡ α θ εὐθεῖα, ἐλάσσων ᾖ τῆς γ κ: διὰ τὰ αὐτὰ μείζων ἔσαι ἡ ο γωνία, τῆς π. διὰ δὲ καὶ ἡ ρ, τῆς π μείζων. οὐδὲν ἄρα κωλύει ἴσην εἶναι τὴν ρ, τῆς ο, ἢ ἐλάσσονα τῆς ο. καὶ μὴ συμπίπτειν τὴν α γ, τῇ γ ζ. φανερὸν δὲ ὅτι κἄν τε μείζων ᾖ ἡ α θ περιφέρεια, τῆς γ κ: ἐάν τε ἴση, ἡ σύμπτωσις τῶν ἀνακλάσεων, οὔτε ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου, οὔτε ἐκτὸς γίνεται: ἀλλ' ἐντὸς μόνον.



Postea simili modo id demõstratur ut in præcedenti theoremate demonstratum fuit. Quare γ ζ, α κ concurrunt ad puncta κ, ζ. Idem demonstrabitur siue α θ uisus maior fuerit quam γ κ uisus. Nã anguli λ μ maiores sunt angulis ν ξ, angulus uero π maior erit angulo ο, & angulus ρ igitur angulo ο est maior. si uero minor fuerit α θ quam γ κ. Propter eadẽ angulus ο maior erit angulo π, angulus autem ρ maior angulo π. Quamobrem nihil impediet equalẽ esse lineam ρ lineæ ο, aut minorẽ ο & rectã α γ non concurrere rectæ γ ζ. Manifestum igitur quod siue maior fuerit α θ circũferentia, circumferentię γ κ siue æqualis, concursus reflexionum neque in circumferentia circuli, neque extra fiet, uerum tantummodo intra circumferentiam circuli.



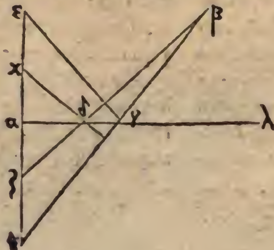
ζ.

Τὰ ὕψη, καὶ τὰ βάθη, ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων, ἀντεστραμμένα φαίνεται.

Septima.

Ex speculis planis altitudines & profunditates conuersæ apparent.

Ἔστω ὕψος μὲν τὸ α ε, ἔνοπτρον δὲ ἐπίπεδον τὸ α λ, ὄμμα δὲ τὸ β, ὄψεις δὲ αἱ β γ, β δ, ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ ε, κ. οὐκοῦν ἐκβληθεισῶν

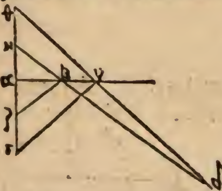


Sit altitudo α ε, speculum uero planum α λ, oculus uero β, uisus autẽ β γ β δ ad ε κ reflectentes. Quod si igitur uisus hi secundum lineam rectam inci

ciunt,

τῶν ὄψεων ἐπ' εὐθείας, φαίνεται τὸ μὲν ε τὸ ἄνω, ἐπὶ τοῦ θ κάτω ὄντος, τὸ δὲ κ, κάτω ὂν τοῦ ε, ἐπὶ τοῦ ζ ἄνω ὄντος τοῦ θ. ὥστε ἀνεστραμμένα ἐστὶ τῇ φαντασίᾳ.

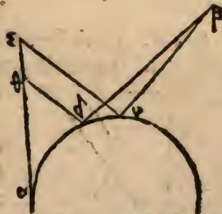
Ἔστω πάλιν βάθος μὲν τὸ α ε, ἐνόπτρον δὲ ἐπίπεδον τὸ α γ, ὄμμα δὲ τὸ δ. ὄψεις δὲ αἱ δ γ, δ β, ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ ε, ζ. οὐκοῦν ἐκβληθεισῶν ὁμοίως τῶν ὄψεων ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὰ θ, κ, φανεῖται τὸ μὲν ε, κάτω ὄν, ἐπὶ τοῦ θ ἄνω ὄντος· τὸ δὲ ζ, ἄνω ὂν τοῦ ε, ἐπὶ τοῦ κ κάτω ὄντος τοῦ θ. τὰ ἄρα ὕψη καὶ τὰ βάθη, ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων ἀνεστραμμένα φαίνεται.



η.

Τὰ ὕψη καὶ τὰ βάθη, ἀπὸ τῶν κυρτῶν ἐνόπτρων ἀνεστραμμένα φαίνεται.

Ἔστω ὕψος τὸ α θ, ἐνόπτρον δὲ κυρτὸν τὸ α δ γ, ὄψεις δὲ αἱ β γ, β δ, ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ ε θ, δέδεικται δὲ ὅτι οὐ συμπεσοῦνται. τὰ δὲ λοιπὰ ὁμοίως τοῖς ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἀποδεδειγμένοις.



Ἔστω πάλιν βάθος τὸ α θ, ἐνόπτρον

dunt, tum ε supremum punctum apparebit in θ infimo, κ uero quod infra ε est, in ζ, quod supra θ est. Quare opinione atque apparitione euersa sunt.

Rursus sit profunditas α ε, speculum uero planum α γ, oculus etiam δ, uisus uero δ γ, δ β, reflectentes ad ε ζ. Quare si similiter uisus protendatur secundum lineam rectam ad puncta θ κ, apparebunt ε quidem infimum apud θ supremum punctum. ζ uero superius existens ipso ε, apparebit in κ, quod punctum infra θ est. In speculis igitur planis, altitudines & profunditates conuersae uidentur.

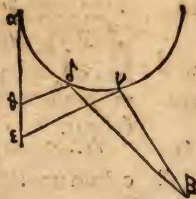
Octaua.

In speculis conuexis altitudines & profunditates conuerse apparent.

Sit altitudo α θ, speculum autem cauum α δ γ, uisus uero β γ, β δ, reflectentes ad ε θ puncta. demonstratum igitur est quod non concurrant. Reliqua huius demonstrationis similia sunt iis que in planis speculis sunt demonstrata.

Sit rursus profunditas α θ, speculum

δὲ κυρτὸν τὸ α γ, ὄμμα δὲ τὸ β· ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ ε θ· αἱ β γ ε, β δ θ. καὶ ἡ ἀπόδειξις προβήσεται ὁμοίως τοῖς ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἀποδεδειγμένοις.



culũ uero cauum α γ, oculus autem β, uisus uero β γ ε & β δ θ reflectentes ad ε, θ puncta. atq; demonstratio similiter progredietur, ut illa quæ in planis habebatur.

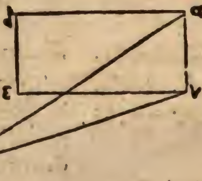
ς̄.

Τὰ πλάγια μήκη ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων, ὡς τῇ ἀληθείᾳ ἔχει, οὕτω καὶ φαίνεται.

Ἔστω ὄμμα τὸ β, μῆκος δὲ πλάγιον τὸ δ ε, ἔνοπτρον δὲ ἐπίπεδον τὸ α γ. ἀνακλασθεισῶν τῶν ὄψεων φαίνεται, τὸ μὲν δ, ἐπὶ τὸ α, τὸ δὲ ε, ἐπὶ τὸ γ: καὶ δῆλον οὕτω τῇ φαντασίᾳ, καθάπερ καὶ τῇ ἀληθείᾳ ἔχει: τὸ μὲν ἔγγιον, ἔγγιον: τὸ δὲ ἀπώτερον, ἀπώτερον.

Nona.

A speculis planis longitudines oblique, ut reuera existunt, sic etiã esse apparent.



Sit oculus β, longitudo obliqua δ ε, speculũ planũ α γ. Quare reflectẽtibus uisibus uidetur δ in α, & ε in γ, et sic etiam opinione propius, apparet propius, quemadmodũ & reuera propius est, longinquius uero opinione uidetur, quod reuera longius distat.

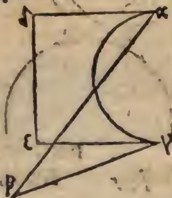
ῑ.

Τὰ πλάγια μήκη, ἀπὸ τῶν κυρτῶν ἐνόπτρων, καθάπερ δὴ ἀληθῶς, οὕτω καὶ φαίνεται.

Ἔστω πλάγιον μῆκος τὸ ε δ, ὄμμα δὲ τὸ β, τὸ δὲ ἔνοπτρον κυρτὸν τὸ α γ, ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ ε, δ: αἱ β α, β γ. Καὶ ἡ ἀπόδειξις φα

Decima.

A speculis conuexis, longitudines obliquæ sic apparent, ut reuera per se existunt.



Sit longitudo obliqua ε δ, oculus uero β, speculum autem conuexum α γ, uisus β α, β γ reflectentes ad ε δ pũcta. Demonstratio manifesta

περά. ὁμοία γάρ ἐστι, τῇ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις.

ſta eſt: ſimilis enim eſt demonſtrationi quæ in planis propoſita fuit.

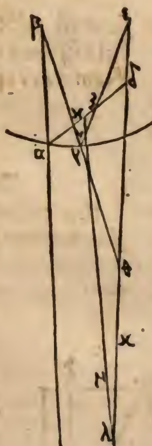
ια.

Vndecima.

Τὰ ὕψη καὶ τὰ βάθη ἀπὸ τῶν κοίλων ἐνόπτρων ὅσα μὲν ἐστὶν ἐντὸς τῆς συμπτώσεως τῶν ὄψεων, ἀνεστραμμένα φαίνεται, καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις. ὅσα δὲ ἐστὶν ἐκτὸς τῆς συμπτώσεως καθάπερ ἐστὶ καὶ φαίνεται.

Ex ſpeculis cauis quæcunq; quidē altitudines & profunditates ſunt inter locum in quem uiſus incidunt, apparent conuerſæ, ſicut in ſpeculis planis & conuexis: quæ uero ſunt extra incidentiam, quales ſunt tales eſſe apparent.

Εστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ αγ, ὄμμα δὲ τὸ β, ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ βα, βγ. σύμπτωσις δὲ αὐτῶν ἐπὶ τὸ ζ, ὕψη δὲ τότε δε καὶ τὸ κμ. καὶ τὸ μὲν κν ἐντὸς ἐστὶ ζ συμπτώσεως, τὸ δε ἐκτὸς τῆς συμπτώσεως. οὐκοῦν ἐκβληθεισῶν καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις τῶν ὄψεων, φαίνεται τὸ μὲν κ, ἐπὶ τοῦ μ, τὸ δὲ ν ἐπὶ τοῦ λ, ὥστε ἀνεστραμμένα φαίνεται. πάλιν ἐπὶ τοῦ ἐκτὸς τῆς συμπτώσεως ὕψους, φαίνεται τὸ μὲν δ ἐπὶ τοῦ η, τὸ δὲ ε ἐπὶ τοῦ θ. ὥστε ὡς ἔχει οὕτω φαίνεται, καὶ ἐπὶ τῶν βαθῶν ὁμοίως ἡ αὐτὴ ἐστὶν ἀπόδειξις.



Sit ſpeculũ cauum αγ, oculus uero β. uiſus autem reflectentes βα, βγ. incidentię autē locus in puncto ζ. altitudines uero δε, κν. atqui κν intra punctum ζ, incidentię locum occupantem collocetur. δε uero extra incidentiam. Ergo ſi uiſus intuentur ſpeculũ, tum quemadmodum in planis & conuexis κ apparebit in puncto μ. ν uero in λ. Quare euerſa uidentur. Rurſus in altitudine quæ extra incidentiã eſt δ uidetur in puncto η, ε uero in θ ita ut appareat eo in loco in quo reuera eſt. Et in profunditatibus ſimili modo eadem eſt demonſtratio.

ιβ.

Duodecima.

Τὰ πλάγια μήκη ἀπὸ τῶν κοίλων ἐνόπτρων ὅσα μὲν ἐντὸς τῆς συμ-

Longitudines obliquæ quę quidem intra locum in quo uiſus inci-

πτώσεως τῶν ὄψεων κεῖται, καθάπερ ἐστὶν, οὕτω καὶ φαίνεται, ὅσα δὲ ἐκτὸς ἀντεστραμμένα.

Ἔστω γὰρ μήκη μὲν πλάγια τὰ ε δ, θ κ, κοῖλον δὲ ἔνοπτρον τὸ α γ, ὄμμα δὲ τὸ β. ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι καὶ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ η, αἱ β α δ, β γ ε. καὶ τὸ μὲν θ κ πλάγιον μῆκος ἔσω ἐντὸς τῆς συμπτώσεως τοῦ η, τὸ δὲ δ ε, ἐκτός. οὐκοῦν τὸ μὲν θ κ κατὰ φύσιν φαίνεται, καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις, καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις. φαίνεται γὰρ τὸ μὲν θ, κατὰ τὸ α. τὸ δὲ κ, κατὰ τὸ γ. τὸ δὲ ε δ ἀντεστραμμένον. τὸ μὲν γὰρ δ ὑπὸ τοῦ α φαίνεται, τὸ δὲ ε ὑπὸ τοῦ γ.

dunt collocatæ ſunt, quales ſunt tales quoque apparent, quæ uero extra, euerſæ uidentur.

Sint enim longitudines quidem obliquæ ε δ, θ κ. cauum autem ſpeculum α γ, oculus uero β, uiſus autem β α δ, β γ ε reflexi & concidentes in puncto η. & longitudo quidē obliqua θ κ ſit intra locum incidentiæ η, δ ε uero extra. Quare naturaliter ſicut eſt, ità & eſſe quoq; apparet. ſicut in planis & conuexis ſpeculis. Nam δ in α apparet, ε autem in γ.

ιγ.

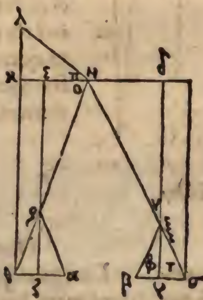
Δυνατόν ἐστι διὰ πλειόνων ἐνόπτρων ἐπιπέδων ἰδεῖν τὸ αὐτό.

Ἔστω ὃ δεῖ ὀφθῆναι τὸ α, ὄμμα δὲ τὸ β, ἔνοπτρα δὲ τρία τὰ γ δ, δ ε, ε ζ. Ἤχθω δὴ κάθετος ἀπὸ τοῦ β, ἐπὶ τὸ γ δ ἔνοπτρον ἡ β ρ, καὶ τῇ β ρ ἴση ἔστω ἡ ρ σ, καὶ πάλιν ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὸ ζ ἔνοπτρον, κάθετος ἡ α ζ, καὶ τῇ α ζ ἴση ἔστω, ἡ ζ θ. καὶ ἀπὸ τοῦ θ ἐπὶ τὸ δ ε ἔνοπτρον κάθετος ἤχθω ἡ θ κ, καὶ τῇ θ κ ἴση ἔστω ἡ μ λ, καὶ ἀπὸ τοῦ λ ἐπὶ τὸ σ ἐπεζεύχθω ἡ λ μ ξ σ,

Decimatertia.

Res eadem in pluribus ſpeculis planis uideri poteſt.

Sit res quæ uidenda eſt α, oculus uero β. tria autem ſpecula γ δ, δ ε, ε ζ. ducatur igitur perpēdicularis ab ipſo β ad γ δ ſpeculū recta β ρ, & huic β ρ ſit æqualis ρ β. Rurſus ab α ad ζ ſpeculū, perpēdicularis ducatur recta α ζ, et huic æqualis ſit ζ θ, & à θ ad δ ε ſpeculū, perpendicularis ducatur θ κ & θ κ, rectę cōſtituatur ęqualis μ λ & ab λ



ad

ἀπὸ δὲ τοῦ μ ἐπὶ τὸ θ ἡ μρθ. ἐπε-
ζεύχθωσαν δὲ καὶ αρ, βξ. ἐπεὶ οὖν ἴση
ἐστὶν ἡ βγ τῇ γσ καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τὸ
γ γωνίαι, δύο δὴ αἱ βγ, γξ ταῖς σγ,
γξ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γω-
νία ἡ ὑπὸ βγξ ὀρθὴ οὖσα, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ
σγξ ὀρθῇ οὔσῃ ἴση ἐστίν. καὶ αἱ λοιπαὶ
γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσον-
ται, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνου-
σιν, ἡ μὲν πρὸς τὸ β γωνία τῇ πρὸς τὸ
σ, ἡ δὲ φ γωνία τῇ τ. ἀλλ᾽ ἡ τ γωνία
τῇ υ ἴση ἐστί, κατὰ κορυφὴν γάρ. ὥστε
ἴση ἐστὶ καὶ ἡ υ γωνία τῇ φ. ἡ ἄρα βξ
ὄψις ἀνακλασθήσεται ἐπὶ τὸ μ. πά-
λιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ θκ τῇ κλ καὶ ὀρθαὶ
αἱ πρὸς τὸ κ γωνίαι, ἴση ἐστὶν ἡ ο γωνία
τῇ π. ἀνακλᾶται ἄρα ἡ αὐτὴ ὄψις ἡ
βξμ ἐπὶ τὸ ρ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ
ἐπὶ τὸ α. διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ζρα
γωνίαν τῇ ὑπὸ ερμ ὁμοίως ταῖς λοι-
παῖς ἀποδείξεσιν. ὁρᾷ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ
β ὄμματος ὄψις τὸ α, διὰ τῶν τριῶν
ἐνόπτρων ὄντων ἐπιπέδων τῶν γδ,
δε, εζ.

ιδ.

Ἔστι δὲ καὶ διὰ ὅσων αὖ τις ἐπιτάξειεν
ἐνόπτρων ἐπιπέδων ἰδεῖν τὸ αὐτό.
Δεῖ δὴ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐνόπτρων
πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώ-
νιον συνίστασθαι, δυσὶ πλείους ἔχον
πλευρὰς τῶν ἐνόπτρων.

Ἔστω γὰρ ὁ μὲν ὀφθαλμὸς δὲ ἐπὶ τὸ α, ὁμ

ad σ coniunganturper lineam rectã, & fiat recta λμ, ζσ. & à puncto μ ad θ, μρθ. coniungantur etiam αρ, βξ. Quoniam igitur βγσ æqualis γσ & anguli ad γ punctum ſunt recti: duo igitur latera βγ, γξ duobus lateribus σγ, γξ ſunt æqualia alterum alteri, & angulus βγξ cum ſit rectus, angulo σγξ recto eſt æqualis. Reliqui igitur anguli reliquis angulis æquales erunt: quos æqualia latera ſubtendunt. angulus ad β, angulo ad σ: angulus ad φ uero, angulo ad τ. Verũ angulus τ, angulo υ eſt ęqualis. nam ſunt ad uerticem. itaq; & υ angulus, φ angulo eſt æqualis. Quare βζ uiſus, reflexũ faciet ad μ. Rurſus, quoniam θκ, æqualis eſt κλ: & anguli ad κ ſunt recti: angulus ο, ęqualis eſt angulo π. Idẽ uiſus ergo βξμ, reflexũ faciet ad ρ. His iiſdẽ mediis demonſtratur reflexũ facere ad α. Quia angulus ζρα, angulo ερμ eſt æqualis: quemadmodũ in reliquis demonſtratũ eſt demõſtrationibus. uiſus ergo oculi β uidet α per tria ſpecula γδ, δε, εζ plana.

Decimaquarta.

Res eadem uideri poteſt per ſpecula plana, quotquot aliquis uoluerit. ſed pro numero ſpeculorum figura plana multorum angulorum, quę & latera & angulos ęquales habeat, conſtituenda eſt: numerum ſpeculorũ duobus lateribus excedens.

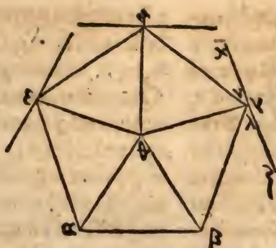
Sit enim res quę uidẽda eſt α, ocu

μα δὲ τὸ β. καὶ ἐπιζεύχθω ἡ αβ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αβ, πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον δύο πλευραῖς πλείους ἔχον τῶν ἐπιταχθέντων ἐνόπτρων τὸ αβγδε. καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ περὶ τὸ αβγδε πολύγωνον περιγραφομένου: καὶ ἔστω τὸ θ, καὶ ἀπὸ τοῦ θ κέντρου πρὸς τὰς τοῦ αβγδε πολυγώνου γωνίας, ἐπεζεύχθωσαν αἱ θα, θβ, θγ, θδ, θε. καὶ προσκείσθωσαν ἔνοπτρα ἐπίπεδα πρὸς ὀρθὰς ταῖς θγ, θδ, θε. ἐπεὶ οὖν ἴση δ᾽ ἐστὶν ἡ ζλ γωνία, τῇ κν. ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἑκατέρα. ὧν ἡ ν, τῇ λ ἴση ἐστί. λοιπὴ ἄρα ἡ ζ, τῇ κ ἴση ἐστίν, ὥστε ἡ ἀνάκλασις τῆς βγ ὄψεως, ὡς ἐπὶ τὸ δ ἔσται. διὰ γὰρ ἴσων γωνιῶν, αἱ ἀνακλάσεις γίνονται. ὁμοίως δὲ δειχθήσονται καὶ αἱ πρὸς τοῖς δ, ε σημείοις γωνίαι, ἴσαι ταῖς πρὸς τοῖς ἐνόπτροις. ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ β ὄψις ἀνακλωμένη, καὶ προσπίπτουσα πρὸς πάντα τὰ ἔνοπτρα, ἥξει ἐπὶ τὸ α.

ιε.

Ἔστι δὲ καὶ διὰ κυρτῶν ἢ κοίλων ἐνόπτρων, ἰδεῖν τὸ αὐτό.

Ἔστω γὰρ ὃ δεῖ ἰδεῖν τὸ α, ὄμμα δὲ τὸ β, καὶ ἀναγεγράφθω ὁμοίως πολύ



lus uero β, coniungantur per lineã rectam puncta α, β: à data recta αβ describatur figura polygona, habens æqualia latera & æquales angulos, duobus lateribus excedens numerũ speculorum propositorũ: & sit αβγδε; atque sumatur centrũ circuli, qui polygono αβγδε circunscribitur: & sit θ punctum. & à centro θ, ad angulos polygoni αβγδε coniungantur per lineas rectas puncta γ, δ, ε: & fiãt lineæ rectæ θβ, θγ, θδ, θε. Præterea specula plana ad angulos rectos his rectis θγ, θδ, θε conficiantur. Quoniã igitur angulus ζλ, angulo κν est æqualis, uterq; enim est rectus, sed & ν angulus, æqualis est angulo λ. Reliquus ergo angulus ζ, æqualis est reliquo angulo κ. Quare reflexio uisus γβ, ad δ erit. fiunt enim per æquales angulos hæ reflexiones. Simili ratione demõstrabuntur anguli ad puncta δ, ε, ęquales angulis qui sunt ad specula. Visus ergo reflexionem mittẽs a β oculo, & incidens in omnia specula data, perueniet ad α.

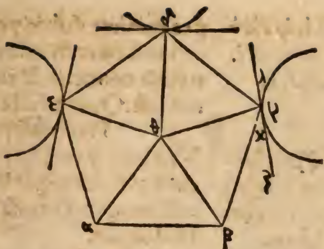
Decimaquinta.

Res eadem quoq; per specula cõuexa atq; concaua uideri potest.

Sit enim α res quæ uidenda est, oculus uero β, atq; similiter describatur

batur

γωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ αβγδε, καὶ πρὸς τοῖς γ, δ, ε σημείοις, ἔσω ἔνοπτρα ἐπίπεδα, δι' ὧν ὁρᾶται τὸ α, καθάπερ δέδεικται. καὶ προσκείσθω τούτοις, κοῖλα ἢ κυρτὰ ἔνοπτρα κατὰ τὰς ἁφὰς τῶν ὄψεων. οὐκοῦν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ζ, τῇ θ, ἡ δὲ κ, τῇ λ. ὅλη ἄρα ἡ κζ, ὅλῃ τῇ λθ ἴση ἐστίν. ἀνακλασθήσεται ἄρα ἡ ὄψις ἀπὸ τοῦ κυρτοῦ ἐνόπτρου τοῦ γ, ἐπὶ τὸ δ. καὶ ἀπὸ τοῦ δ, ἐπὶ τὸ ε, καὶ ἀπὸ τοῦ ε, ἐπὶ τὸ α. φανερὸν οὖν ὅτι κυρτῶν ἢ κοίλων ὄντων ἁπάντων, ἢ ἀναμεμιγμένων, ἔστιν ἰδεῖν τὸ αὐτό.

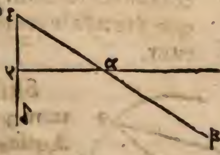


batur polygonū æqualiū laterū & angulorū αβγδε, et ad puncta γ, δ, ε sint specula plana, in quibus uideatur α. ut demonstratum est, his uero adiungantur specula aut conuexa, aut concaua in contactu uisuum. Itaque ζ æqualis est θ, κ autem λ. tota igitur κζ, toti λθ æqualis est. Visus ergo reflectetur à speculo conuexo γ, ad δ punctū: & à δ, ad ε: & ab ε, ad α. Manifestum igitur quod res eadem, uideri possit: siue omnia specula sint cōuexa, siue concaua, siue uero mixta.

ις.

Ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις, ἕκαστον τῶν ὁρωμένων, κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου κάθετον ὁρᾶται.

Ἔστω ἔνοπτρον ἐπίπεδον τὸ γδ, ὄμμα δὲ τὸ β, ὁρώμενον δὲ τὸ α. καὶ ἔστω κάθετος ἡ ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου ἐπὶ τὸ ἔνοπτρον ἡ αγ. οὐκοῦν ἐπεὶ ὑπόκειται ἐν τοῖς ὅροις ὅτι καταληφθέντος τοῦ τόπου τοῦ γ, οὐχ ὁρᾶται τὸ α. ὀφθήσεται ἄρα ἐπ' εὐθείας τῇ δγ. ἀλλὰ καὶ ἐπ' εὐθείας τῇ β α ὄψει κα



Decimasexta.

Quæuis res, quæ uidetur in speculis planis: uidebitur per eam quæ à re uisa ducitur rectā perpendicularē.

Sit speculum planum γδ, oculus uero β, res quę uidenda est α: sitq́ αγ perpendicularis à re uisa ad speculū ducta. Quoniam igitur in definitionibus propositū fuit pro certo, quod loco γ occupato, non uideatur α. uidebitur igitur secundum lineam rectam æqueiacentē δγ, sed & α æqueiacet secundum lineam rectā uisui βα, quod est ad ε. Illud enim

τὰ τὸ ε, ὑπόκειται γὰρ ἡμῖν εὐθὺ εἶν ὃ μέσον τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ. ὥστε εὐθεῖαι ἴσαι ἡ β ε, καὶ ἡ δ ε.

pro minime dubio positũ fuit in definitionibus rectũ esse cuius mediũ extremis conuenit & ex ęquo interpositum est. Quare β ε, & δ ε, sunt rectæ.

ιζ.

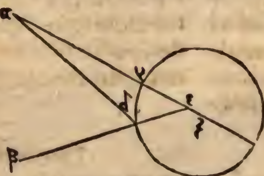
Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις, ἕκαστον τῶν ὁρωμένων, κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου, εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἀγομένην εὐθεῖαν ὁρᾶται.

Ἔστω κυρτὸν ἔνοπτρον τὸ γ δ, ὄμμα δὲ τὸ β, ὄψις δὲ ἡ β δ, ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ α. καὶ ὁράσθω τὸ α ε, κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἔστω τὸ ζ. ἐπεζεύχθω ἡ α ζ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ β δ ὄψις ἐπὶ τὸ ε. ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται ἐν τοῖς ὅροις ὅτι καταληφθέντος τοῦ γ, οὐχ ὁρᾶται τὸ α. ὀφθήσεται ἄρα ἐπ' εὐθείας τῇ α ε, κατὰ τὴν σύμβασιν τῆς β δ ὄψεως, καὶ τῆς α ε. ἤτοι ἐπὶ τοῦ ε: καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις.

Decimaseptima.

Vna quæque res, quæ uidetur in speculis conuexis: per lineam uidebitur rectam, quæ à re uisa ad centrũ sphæræ ducitur.

Sit speculum conuexum γ δ, oculus β, uisus β δ, reflexũ mittens ad α: & uideatur α ε, centrum sphæræ sit ζ, & fiat per coniunctionem punctorũ α ζ, linea recta α ζ, atque uisus β δ, extẽdatur ad ε. Quoniã igitur pro affirmato habetur in definitionibus: quod occupato loco γ, non uideatur α. uidebitur ergo secundum rectam lineam æque iacẽtem rectæ α ε: in cõgressu β δ uisus, & α ε rectę: aut apud ε, sicuti in planis speculis.



ιη.

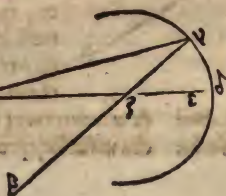
Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις, ἕκαστον τῶν ὁρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἀγομένην εὐθεῖαν ὁρᾶται.

Ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ γ δ, ὄμμα δὲ τὸ β, ὄψις δὲ ἀνακλωμένη ἡ β γ, ἐπὶ τὸ α ὁρώμενον: τῆς δὲ σφαί

Decimaoctaua.

Quęuis res, quę uidetur in speculis concauis: uidebitur per lineam rectã quæ à re uisa in centrum sphæræ ducitur.

Sit speculum concauum γ δ, oculus uero β, uisus reflexionem faciens β γ, ad rem α, quæ uidetur: sphęræ autem centrũ sit ε. & à puncto α ad



ρας κέντρον ἴσω τὸ ε, καὶ ἀπὸ τοῦ α, ἐπὶ τὸ ε ἐπιζεύχθω εὐθεῖα, ἡ αε, καὶ ἐκβεβλήσθω. οὐκοῦν ἐπεὶ ὑπέκειτο ἐν τοῖς ὅροις ὅτι καταληφθέντος τοῦ τόπου τοῦ δ, τὸ α οὐχ ὁρᾶται. ὥστε φαίνεται ἐπ᾽ εὐθείας τοῖς αε. ὀφθήσεται ἄρα κατὰ τὴν συμβολὴν τῆς αδ εὐθείας, καὶ τῆς βγ ὄψεως, ἤτοι κατὰ τὸ ζ.

ιθ.

Ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις, τὰ δεξιὰ ἀριστερὰ φαίνεται, καὶ τὰ ἀριστερὰ δεξιά, καὶ τὸ εἴδωλον ἴσον τῷ ὁρωμένῳ, καὶ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει τὸ ὁρώμενον.

Ἔστω ἐπίπεδον ἔνοπτρον τὸ αγ, ὄμμα δὲ τὸ β, ὄψεις δὲ αἱ βα, βγ, ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ ε, δ: καὶ ἀπὸ τῶν ε, δ ἐπὶ τὸ ἔνοπτρον κάθετοι ἤχθωσαν αἱ εζ, δθ: καὶ ἐκβεβλήσθωσαν δὲ καὶ αἱ βγ, βα ὄψεις, καὶ συμπιπτέτωσαν ταῖς δλ, εκ καθέτοις, κατὰ τὰ κ, λ: καὶ ἐπεζεύχθω ἡ λκ. οὐκοῦν φαίνεται τὸ μὲν ε, ἐπὶ τοῦ κ: τὸ δὲ δ, ἐπὶ τοῦ λ. τοῦτο γὰρ προεδείχθη. τὰ ἄρα ἀριστερὰ δεξιὰ φαίνεται, καὶ τὰ δεξιὰ ἀριστερά. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ γκζ γωνία, τῇ ὑπὸ ζγε. καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τῷ ζ. ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ζκ, τῇ ζε. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ δθ, τῇ θλ:

α ad punctum ε ducatur recta αε, et in infinitum extendatur. Quoniam igitur in definitionibus pro minime dubio habebatur quod occupato loco δ, α non uideatur: uidebitur ergo ſecundum rectam æqueiacentem rectæ αε. Quare uidebitur ad congreſſum αδ rectæ lineæ, & βγ uiſus: aut ad ζ.

Decimanona.

In ſpeculis planis dextera uidētur ſiniſtra, ſiniſtra dextera: & imago apparet æqualis rei uiſæ: ipſaq; diſtantia qua res uiſa diſtat à ſpeculo: eodem modo æqualis diſtantiæ qua imago diſtat.

Sit ſpeculum planum αγ, oculus uero β, uiſus autem βα, βγ: reflectentes ad ε, δ, & ab ε, δ, ad ſpeculum ducantur εζ, δθ, perpendiculares: extendantur uero etiam βγ, βα uiſus, atq; concurrant cum lineis δλ, εκ perpendicularibus: in punctis κ, λ: & coniungātur λ, κ pūcta, et fiat recta λκ. Quare ε, apparebit in κ. δ uero, in λ. Illud namq; ante demonſtratum eſt. ſiniſtra igitur apparent dextera, dextera uero ſiniſtra. Præterea quoniam γκζ angulus, angulo ζγε eſt æqualis: et anguli ad ζ, ſunt recti. ζκ igitur æqualis erit ζε. ſimili ra-

ἴσον ἄρα τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου τὸ ε δ, τῷ ᾧ ἀπέχει τὸ εἴδωλον τὸ κ λ: καὶ ἴσον τὸ ὁρώμενον τὸ ε δ, τῷ εἰδώλῳ τῷ κ λ. διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν ε ζ, τῇ ζ κ: τὴν δὲ θ δ, τῇ θ λ. κοινὴν δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς τὴν θ ζ.

κ.

Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις τὰ ἀριστερὰ δεξιὰ φαίνεται, καὶ τὰ δεξιὰ ἀριστερά: καὶ τὸ ἀπόστημα, ὃ ἀπέχει τὸ εἴδωλον ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀποστήματος ὃ ἀπέχει τὸ ὁρώμενον: καὶ τὸ εἴδωλον ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὁρωμένου.

Ἔστω ἔνοπτρον κυρτὸν τὸ α γ, κέντρον δὲ τῆς σφαίρας τὸ θ, ὄμμα δὲ τὸ β. ὁρώμενον δὲ τὸ δ ε. ὄψεις δὲ αἱ β γ, β α, ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ δ, ε: καὶ ἀπὸ τοῦ θ κέντρου ἤχθωσαν ἐπὶ τὰ δ, ε, αἱ θ δ, θ ε: καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ β γ, β α ὄψεις, ἐπὶ τὰ κ ζ: καὶ ἐπεζεύχθω τὸ ζ κ εἴδωλον. οὐκοῦν τὸ μὲν δ, φαίνεται ἐπὶ τοῦ κ: τὸ δὲ ε, ἐπὶ τοῦ ζ. τὰ ἄρα δεξιὰ ἀριστερὰ φαίνεται, καὶ τὰ ἀριστερὰ δεξιά. λέγω δὴ ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ε λ, τῆς λ ζ. ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ α ἐφαπτομένη τῆς σφαίρας ἡ ρ α κ. ἐπεὶ οὖν αἱ β α, α ε, πρὸς τῇ περιφερείᾳ ἴσας γωνίας ποιοῦσι: διὰ τὴν ἀνάκλασιν: ἐφάπτεται

δὲ

tione demōstrabitur per eadē, quod δθ, sit ęqualis θλ. distātia igitur qua εδ distat ab speculo: æqualis est distantiæ qua distat imago κλ, & res uisa εδ æqualis est imagini κλ. quia εζ, æqualis est ζκ. θδ uero ęqualis θλ. cōmunis autem & ad angulos rectos ipsa θζ.

Vigesima.

In speculis conuexis sinistra apparent dextera: & dextra sinistra: & distātia qua imago distat à speculo: minor est distantia qua res uisa distat: et imago minor est re uisa.

Sit speculum conuexum αγ, cētrū autem sphæræ sit θ. oculus uero β, res uisa δε, uisus βγ, βα. reflectentes ad δ, ε & à centro θ, ad δ, ε puncta ducantur θδ, θε, rectæ. & uisus βγ, βα extendantur ad κ, ζ & coniungatur ζκ imago. Quare δ, apparet ad κ, ε autem, ad ζ. dextra igitur apparent sinistra, & sinistra dextra. Dico pręterea ελ, maiorem esse λζ. Ducatur enim per punctum α, linea recta tangens spheram: & sit ραx. Quoniam igitur βα, αε ad circumferentiam, æquales angulos faciunt propter reflexum.

contin=

δὲ ἡ κ α ϱ· δίχα ἂν εἴη τετμημένη ἡ ὑπὸ ε α ζ γωνία, ὑπὸ τῆς κ α εὐθείας. ἀμβλεῖα δὲ ἡ ὑπὸ ε κ α· ὀξεῖα δὲ ἡ ὑπὸ α κ ζ. μείζων ἄρα ἡ ε κ, τῆς κ ζ. πολλῷ ἄρα μείζων ἡ ε λ, τῆς λ ξ. ἔλασσον ἄρα ἀπέχει τὸ εἴδωλον τὸ ζ κ, ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου, ἤπερ τὸ ε δ ὁρώμενον.

Καὶ ὁμοίως δειχθήσεται, ὅτι καὶ τὸ δ ὁρώμενον· μεῖζόν ἐστι τοῦ κ ζ εἰδώλου.

Ἔστω γὰρ κυρτὸν ἔνοπτρον τὸ α ο γ· ὄμμα δὲ τὸ β· ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ β γ, β α, ἐπὶ τὰ δ, ε. οὐκοῦν ἀπὸ τοῦ κυρτοῦ ἐνόπτρου τοῦ α ο γ· θεωρεῖται τὸ ε δ, ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ α β γ. προσκείσθω δὲ ἔνοπτρον ἐπίπεδον τὸ α γ· ἁπτόμενον τῶν ὄψεων κατὰ τὰ α, γ. οὐκοῦν ἡ ὄψις, μέλλουσα ἰδεῖν ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου ἐνόπτρου· οὐκ ἔσται ἡ αὐτὴ τῇ β α ε. οὐ γὰρ ποιεῖ γωνίας ἴσας πρὸς τῷ ἐπιπέδῳ ἐνόπτρῳ. οὐδὲ μὴν κλασθήσεται μεταξὺ τῶν α, γ. κείσθω γὰρ εἰ δυνατόν, καὶ ἔστω ἡ β ζ ε ὄψις· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ β ζ γ γωνία, τῇ ὑπὸ β ζ α γωνίᾳ, διὰ τὴν ἀνάκλασιν. ἡ δὲ ὑπὸ

contingit autem κ α ϱ. Angulus igitur ε α ζ, per rectam κ α, in duas partes æquales sectus erit. angulus autē ε κ α, est obliquus, α κ ζ uero acutus: quare recta ε κ, recta κ ζ maior est. multo maior ergo est ε λ, quā sit λ ζ. Minori distātia igitur distat imago ζ κ à speculo: quam ε δ res uisa.

Similiter demonstrabitur quod δ res uisa: maior sit κ ζ imagine.

Sit enim conuexum speculū α ο γ, oculus uero β, uisus reflectentes β γ, β α, ad δ, ε. In speculo igitur conuexo α ο γ, ε δ apparet in angulo α β γ. apponatur speculum planū α γ quod cōiungat uisus ipsos in pūctis α, γ. Itaq; uisus qui ex speculo plano conspicit rē: idē erit cum β α ε quia non facit ad speculum planum angulos æquales. neq; etiam reflexionem mittit intra α, γ. Ponatur enim si fieri potest & sit β ζ ε uisus. Angulus igitur β ζ γ angulo β ζ α est æqualis propter reflexum, sed angulus β ζ γ, maior est angulo β α ζ, quod est impossibile. Quare extra α reflectio fiet, sit reflectio β κ ε. si-

D

β ζ γ γωνία, μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ β α ζ. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἐκτὸς ἄρα ἀνακλασθήσεται τοῦ α. κεκλάσθω, καὶ ἔστω ἡ β κ ε. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ β λ δ ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ γ, τὸ ἄρα ε δ, ὑπὸ μείζον⊗ γωνίας θεωρεῖται ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου ἐνόπτρου, ἤπερ ἀπὸ τοῦ κυρτοῦ. μείζων γὰρ ἡ ὑπὸ κ β λ, τῆς ὑπὸ α β γ. καὶ φανερὸν ὅτι ὑπὸ τοῦ κυρτοῦ ἐνόπτρου τὸ εἴδωλον ἔλαττον φαίνεται τοῦ ὁρωμένου.

κα.

Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις ἀπὸ τῶν ἐλασσόνων ἐνόπτρων, ἐλάσσονα φαίνεται τὰ εἴδωλα.

Ἔστω σφαῖρα μείζων μὲν ἡ α γ, ἐλάσσων δὲ ἡ ε λ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τὸ θ. ὄμμα δὲ τὸ β. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ β α θ, καὶ ἀπὸ τῆς α γ σφαίρας ἀνακεκλάσθω ὄψις ἡ β γ δ. λέγω ὅτι ἡ ἀνακλωμένη ὄψις, ἀπὸ τῆς λ ε σφαίρας ἐπὶ τὸ δ, οὔτε ἐπὶ τὸ γ πεσεῖται, οὔτε ἐκτὸς τοῦ γ. πιπτέτω γὰρ πρότερον εἰ δυνατὸν ἐπὶ τὸ γ, καὶ ἀνακεκλάσθω ἀπὸ τῆς ε λ σφαίρας ἐπὶ τὸ δ: ἔστω ἡ β ε δ: καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ β γ, ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ

militer β λ δ, extra γ cadet. Quare ε δ, sub maiori angulo conspicitur in speculo plano, quam in speculo cõuexo. Nam κ β λ angulus, maior est quam sit α β γ angulus. Manifestum igitur quod in speculo conuexo imago minor uidetur re ipsa uisa.

Vicesima prima.

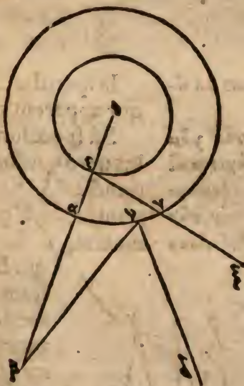
Sint specula conuexa aliqua proposita: in minoribus, minores conspicientur imagines.

Sit maior sphæra α γ, minor uero ε λ ad idem centrum θ, oculus uero β. & per coniunctionem punctorũ fiat recta β α θ & ex sphæra α γ, uisus β γ δ reflectatur. Dico quod, uisus reflexus ab λ ε sphęra, in δ; neque in γ cadet, neq; extra γ. cadat enim si fieri potest primum in γ, & reflexio fiat à ε λ sphæra in δ. & sit β ε δ. quod si per coniunctionem punctorum fiat recta β γ, & extendatur ad punctum κ. tum θ κ γ, secabit angulũ β γ δ in duas partes æquales. Quia β γ δ uisus propter reflexum æquales facit angulos ad circumferentiam. Per eadem etiam demõstrabitur, quod recta

quæ

ε. δίχα δὴ τεμεῖ ἡ θγκ, τὴν ὑπὸ βγδ γωνίαν. διὰ τὸ τὴν βγδ ὄψιν ἴσας ποιεῖν γωνίας πρὸς τῇ περιφερείᾳ διὰ τὴν ἀνάκλασιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ θ, ἐπὶ τὸ ε ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, καὶ ἐκβαλλομένη: δίχα τεμεῖ τὴν ὑπὸ βεδ. τεμνέτω καὶ ἔστω ἡ θεζ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ βγδ γωνία, τῆς ὑπὸ βεδ: καὶ ἡ ἡμισεία καὶ ὑπὸ βγκ, τῆς ἡμισείας τῆς ὑπὸ βεζ, μείζων ἐστίν. ἔστι δὲ καὶ ἔλασσον, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἥξει διὰ τῆς ελ σφαίρας.

Ὑποκείσθω δὴ πάλιν τὰ αὐτά, καὶ ἡ ἀπὸ τῆς ελ σφαίρας ἀνακλωμένη ὄψις ἡ βεδ, ἐκτὸς πιπτέτω τοῦ γ, καὶ τεμνέτω ἡ βε τὴν αγ σφαῖραν κατὰ τὸ ν. ἡ δὴ ἀπὸ τοῦ ν ἀνακλωμένη ὄψις ἡ βνξ οὐ συμπεσοῦται τῇ γδ, τοῦτο γὰρ δέδεικται. ἡ ἄρα εδ ἀνακλωμένη ὄψις ἀπὸ τοῦ μείζονος κατόπτρου, ὁρᾷ τὸ ξ: καὶ ἡ βεξ ἀνακλωμένη ἀπὸ τοῦ ἐλάττονος ἐνόπτρου, ὁρᾷ τὸ αὐτὸ ξ. τοῦτο δὲ ἀνωτέρω ἐδείχθη ἀδύνατον. μεταξὺ ἄρα πεσεῖται τοῦ γ, α ἡ ἀνακλωμένη ὄψις, ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος κατόπτρου ἐπὶ τὸ

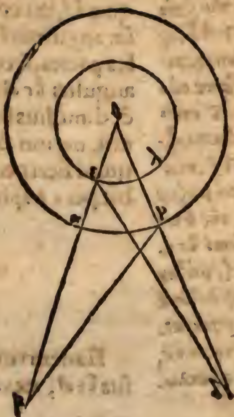


quæ à θ, in ε coniuncta fuerit, & extensa: angulum βεδ in duas secet æquales partes. secet, & sit θεζ. Quoniam angulus βγδ maior est angulo βεδ, & dimidius βγκ, dimidio βεζ maior erit. uerum & eo minor dicitur esse. quod fieri nequit. Quare non transibit per ελ sphæram.

Eadem rursus sint proposita & uisus βεδ, ex ελ sphæra reflectens extra γ cadat: & βε, secet sphæram αγ, in puncto ν, uisus igitur βνξ, reflexus ex puncto ν non concurret cũ γδ. Illud enim iam est demonstratũ. Quare εδ uisus reflexus ex maiore speculo uidet ξ, & βεξ ex minori speculo reflectens idem ξ uidet. hoc uero ut antea demonstratum est fieri non potest. Quare uisus, qui à minore speculo in δ punctum reflectitur: intra γα cadet. similiter demonstrabitur ex

δ. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου μέρους τὸ αὐτὸ ποιοῦσα, ὑπὸ ἐλάσσονος κατόπτρου, ἤπερ ἀπὸ τοῦ μείζονος. ἔλασσον ἄρα φαίνεται τὸ εἴδωλον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος κατόπτρου.

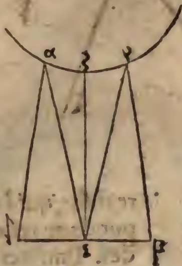
altera parte idem facere, á minore potius quam á maiore. Quare imago ex minore speculo minor apparebit.



κβ.

Ἐν τοῖς κυρτοῖς κατόπτροις τὰ εἴδωλα κυρτὰ φαίνεται.

Ἔστω κυρτὸν κάτοπτρον τὸ αγ, ὄμμα δὲ τὸ ε. ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ εα, εγ ἐπὶ τὰ δ, β, ἡ δὲ ζε ἀνακλωμένη δι' ἑαυτῆς ἐπὶ τὸ ε. οὐκοῦν τῶν ὄψεων, μέγισται μὲν εἰσὶ τῷ μήκει αἱ πορρωτάτω τοῦ μέσου, ἐλάχισται δὲ αἱ κατὰ τὸ μέσον, ὥσπερ ἐνταῦθα. μέγισται μὲν εἰσὶν αἱ δα, βγ. ἐλαχίστη δὲ ἡ εζ. φαίνεται ἄρα τοῦ κατόπτρου ἐγγίον μᾶλλον τὸ ε. πορρωτάτω δὲ τὸ β, καὶ τὸ δ, ὥστε ὅλον κυρτὸν φαίνεται.



Vigesimasecunda.

In speculis cōuexis, imagines quoque apparent conuexæ.

Sit speculum conuexum αγ, oculus uero ε, uisus εα, εγ reflectentes in puncta δ, β. Sed ζε in seipsum reflexum faciat, & pertingat ad ε. Quare maximi ii sunt uisus longitudine qui longissime á medio distant, minimi uero qui ad medium. Vt in hac figura maximi sunt δα, βγ, minimi εζ. Quare ε apparet speculo propius: lōgissime autem distant β, & δ. Quare totum apparet cōuexum.

Vigesima

κγ.

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις, ἐὰν ἐπὶ τοῦ κέντρου τὸ ὄμμα τεθῇ· αὐτὸ μόνον φαίνεται τὸ ὄμμα.

Ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ αγδ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ β, ὄψεις δὲ αἱ βα, βδ, βγ. οὐκοῦν ἴση ἐστὶν ἡ ε γωνία, τῇ ζ. ἥξει ἄρα ἀνακλωμένη ἡ βγ ὄψις ἐπὶ τὸ β. ὁμοίως δὲ καὶ αἱ βα, βδ ὄψεις, ἐπὶ τὸ β ἥξουσιν. αὐτὸ μόνον ἄρα ὁρᾶται τὸ β.

κδ.

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις, ἐὰν ἐπὶ τῆς περιφερείας θῇς τὸ ὄμμα, ἢ ἔξω τῆς περιφερείας· οὐ φαίνεται τὸ ὄμμα.

Ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ αβγ, καὶ τὸ ὄμμα κείσθω ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ, καὶ ἔστω τὸ β· ὄψεις δὲ προσπιπτέτωσαν αἱ βα, βγ, καὶ ἀνακεκλάσθωσαν, οὐκοῦν μείζων ἐστὶν ἡ μὲν μθ γωνία, τῆς κ· ἡ δὲ λε τῆς ζ. ὥστε οὐκ ἀνακλασθήσονται αἱ βα, βγ, ἐπὶ τὸ ὄμμα. εἰ γὰρ εἰς τὸ ὄμμα ἀνεκλῶντο, ἴσαι ἂν ἐγίνοντο αἱ πρὸς τοῖς α, γ σημείοις γωνίαι. οὐκ εἰσὶ δὲ ἴσαι. οὐδ᾽ ἄρα αἱ βα, βγ ὄψεις, ἐπὶ τὸ β ὄμμα ἀνακλῶνται. δειχθήσεται δὲ καὶ κἂν ἐκτὸς τῆς περιφερείας τεθῇ τὸ ὄμμα, τὰ αὐτὰ συμβαίνοντα· τουτ᾽ ἐστι, τὸ μὴ ὁρᾶσθαι τὸ

Vigeſima tertia.

In ſpeculis concauis, ſi oculus ponatur in centro: oculus ipſe tãtum apparet.

Sit ſpeculum concauum αγδ, centrum uero eius β. uiſus βα, βγ, βδ. Angulus igitur ε, æqualis eſt angulo ζ. Quare βγ uiſus, reflexum faciens tranſibit per β. ſimili modo βα, βδ uiſus, trãſibunt β. Quamobrem β tantum uidebitur.

Propoſitio uigeſima quarta.

In ſpeculis cauis, ſi in circumferentia oculum poſueris aut extra circumferentiam oculus non uidetur.

Sit ſpeculum cauum αβγ, et oculus ponatur in eius circumferentia, & ſit β. uiſus autem βα, βγ, incidant, & reflexionẽ faciant. Quare μθ angulus maior eſt angulo κ. λε uero maior quam ſit ζ. Itaque βα, βγ non facient reflexum ad β oculum. Nam ſi in oculum reflexũ facerent, æquales fierent anguli qui ſunt ad puncta α, γ. Verum nõ ſunt ęquales, ergo uiſus βα, βγ, nõ faciunt reflexum ad oculum β. Eadẽ euenire demonſtrabitur, etiamſi oculus ponatur extra circumferentiam, nempe oculum uideri ab omnibus re

ὄμμα, ὑπὸ πασῶν τῶν ἀνακλωμένων ὄψεων: εἰ μὴ ὑπὸ μόνης τῆς διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένης.

κε.

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐσόπτροις, ἐὰν ἐκβαλὼν διάμετρον τῆς σφαίρας, ἐκ τοῦ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἀναγάγῃς, καὶ εἰς τὸ ἕτερον μέρος θῇς τὸ ὄμμα, οὐδὲν τῶν ἐν τῷ μέρει ἐν ᾧ τὸ ὄμμα ἐστὶν ὀφθήσεται: τουτέστιν οὔτε τι τῶν ἐπὶ τῆς διαμέτρου, οὔτε τῶν ἐκτὸς τῆς διαμέτρου.

Ἔστω κοῖλον ἔσοπτρον τὸ αγδ, διάμετρος δὲ ἔστω τῆς σφαίρας ἡ αδ, κέντρον δὲ τὸ ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ ζ, τῇ αδ πρὸς ὀρθὰς ἀνεστάτω ἡ ζγ. ὄμμα δὲ ἔστω τὸ β, ὄψις δὲ ἡ βε. οὐκοῦν ἡ βε, ἀνακλωμένη οὐχ ἥξει οὔτε ἐπὶ τὸ β, οὔτε ἐπὶ τὸ ζ. ἐν γὰρ ἴσαις γωνίαις ἀνακλᾶται: ἥξει ἄρα ὡς ἡ εθ. ὁμοίως δὲ ἐὰν ἐντὸς τεθῇ τὸ ὄμμα, ὅπου τὸ θ, ἢ ἐπὶ τῆς διαμέτρου, ὅπου τὸ μ, ἀνακλώμεναι αἱ ὄψεις αἱ θκ μν, ἥξουσιν ὡς αἱ κλ, νξ. οὐκ ἄρα ὁρᾶται οὐδὲν τῶν ἐν τῷ αὐτῷ μέρει ὅπου ἐστὶ τὸ ὄμμα, οὔτ' ἔτι τῶν ἐπὶ τῆς διαμέτρου, οὔτε τῶν ἐκτὸς τῆς διαμέτρου.

κς.

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐσόπτροις, ἐὰν ἐπὶ τῆς διαμέτρου τεθῇ τὰ ὄμματα, ἴσον ἀπέχοντα τοῦ κέντρου: οὐδέτερον τῶν ὀμμάτων ὀφθήσεται.

Ἔστω κοῖλον ἔσοπτρον τὸ αγδ, διάμετρος δὲ ἡ αδ, κέντρον δὲ τὸ

flectentibus uisibus, nisi ab unico eo qui per centrum transit.

Vigesima quinta.

In speculis cauis si diametrũ sphæræ extendendo producas ex cẽtro ad angulos rectos, & ex altera parte oculũ posueris, nihil earũ rerum uidebitur, quæ ex ea sunt parte in qua oculus est collocatus, hoc est, neque id quod in diametro sphæræ, neque id quod extra eam fuerit collocatum.

Sit cauum speculum αγδ, αδ uero sit diameter sphæræ, centrum autem ζ, & à centro ζ rectæ α, δ ducantur ad angulos rectos ζγ. oculus uero sit β, uisus autem βε: βε igitur reflexum faciens non perueniet neq; ad β, neque ad ζ: nam in angulis æqualibus reflectitur. pertransibit igitur ut εθ. Similiter si intra oculus collocetur ubi θ est, aut in diametro ubi μ, uisus θκ, μν reflectentes pertransibunt ut κλ, νξ. Nihil igitur earum rerum, quæ ex parte ea, in qua collocatus est oculus uidebitur. neque quicquam rerum quæ in diametro, neq; extra diametrũ sunt.

Vigesima sexta.

Si in speculis cauis, oculi in ipsa diametro constituti fuerint: æqualiter distantes à centro, neutrum oculorum uidebitur.

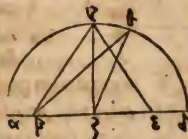
Sit cauum speculum αγδ, diameter uero αδ, centrum autem ζ, ad angulos

ζ: πρὸς ὀρθὰς δὲ ἡ ζ γ. ὄμματα δὲ τὰ β, ε ἴσον ἀπέχοντα τοῦ ζ κέντρου, ὄψις δὲ ἡ ϐ γ. οὐκοῦν ἀνακλωμένη, ἥξει ἐπὶ τὸ ε, ἐν ἴσαις γὰρ γωνίαις ἀνακλᾶται. ἄλλη δὲ οὐδεμία ἥξει ὡς ἡ β θ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ θ, ζ. δίχα ἄρα τμηθήσεται ἡ ὑπὸ β θ ε γωνία, ὑπὸ τῆς ζ θ εὐθείας, καὶ ἀνάλογον ἔσται ὡς ἡ ϐ θ πρὸς τὴν θ ε, ἡ β ζ πρὸς τὴν ζ ε. ὅπερ ἀδύνατον ἡ μὲν γὰρ ϐ θ, μείζων ἐστὶ τῆς θ ε, ἡ δὲ β ζ, ἴση τῇ ζ ε. οὐδεμία ἄρα ἥξει ἀνακλωμένη ἀπὸ τοῦ β, ἐπὶ τὸ α. μία ἄρα ὄψις ἀνακλασθήσεται ἐφ' ἑκατέρου τῶν β, ε ὀμμάτων: καὶ οὐκ ὀφθήσεται τὸ ε, οὐ γὰρ συμπεσεῖται ἡ ϐ γ ἐκβαλλομένη, τῇ β δ, ἐπὶ τὰ γ, δ μέρη. ἐφαίνετο δὲ ἑκάτερον κατὰ τὴν συμβολὴν μόνον τῶν ὁρωμένων. οὐδὲ ἡ ε γ ἐκβαλλομένη οὐ μὴ συμπεσεῖ τῇ ε α, ἐπὶ τὰ γ α μέρη. ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἕκαστον τῶν ὁρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου, εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἀγομένην εὐθεῖαν ὁρᾶται.

κζ.

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις, ἐὰν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ διαμέτρῳ δίχα τεμὼν, καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγὼν εὐθεῖαν, θῇς τὰ ὄμματα μεταξὺ τῆς τε διαχθείσης καὶ τοῦ κέντρου, ἴσον ἀπέχοντα τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, ἢ ἐπ' αὐτῆς τῆς διαχθείσης: οὐδέτερον τῶν ὀμμάτων φανεῖται.

gulos etiam rectos ipsa ζ γ, oculi prę terea β ε, æqualiter distantes à centro ζ. uisus etiam ϐ γ. Quod si igitur reflexum faciat, perueniet in ε. Nam in angulis ęqualibus reflectitur. nulla autem præterea alia sic transibit ut ϐ θ. coniungantur θ, ζ puncta: & fiat recta θ ζ.



Angulus igitur ϐ θ ε, in duas secabitur partes æquales per lineam ζ θ. & quæ proportio est β θ, ad θ ε, ea est ϐ ζ, ad ζ ε: quod fieri non potest. Nam ϐ θ, maior est quam sit θ ε. β ζ uero, est æqualis ζ ε. Nullus igitur uisus reflexum habens ab ϐ, ueniet in ε. Vnus igitur tantum uisus in utrunque oculũ ϐ, ε reflectetur, neque ε uidebitur. Nam ϐ γ non coincidit cum ϐ δ, si extendatur ad γ, δ partes, in concursu uero apparebit utrunque quod uidetur, neque ε γ si extendatur incidet cum ε α in partes γ, α. Nam in cauis speculis quæque res uisa, uidetur per rectam lineam, quæ à reuisa per centrum sphęræ ducitur.

Vicesimaseptima.

Si in speculis cauis, rectam quę ex centro ad angulos rectos diametro ducta est, in duas secaueris partes æquales, & ad angulos rectos duxeris lineam rectam, collocesque oculos inter rectam quę ducta est, & centrum: ita ut æqualiter distēt à recta quæ per centrum ducta est, aut in ipsa ducta linea recta; neutrũ oculorũ uidebit.

Sit

Ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ α γ δ, διάμετρος δὲ ἡ α δ, κέντρον δὲ τὸ κ, καὶ πρὸς ὀρθὰς τῇ α δ ἡ κ γ, καὶ τετμήσθω ἡ γ κ δίχα κατὰ τὸ π, καὶ διὰ τοῦ π, διήχθω τῇ κ γ πρὸς ὀρθὰς ἡ ε π ζ, καὶ ὄμματα τὰ β, θ μεταξὺ κείσθω τῆς τε ε ζ, καὶ τοῦ κ κέντρου, ἐν παραλλήλοις ταῖς ε, ζ ἴσον ἀπέχοντα τῆς κ γ. ὄψις δὲ ἔστω ἡ β γ, ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ θ. ἴσας γὰρ ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ περιφερείᾳ. διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ζ ε, τῇ β θ, καὶ ἴσην τὴν β γ, τῇ γ θ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ κ β, κ θ ἐκβεβλήσθωσαν. ἐκβεβλήσθω δὲ καὶ ἡ β γ, ἐπὶ τὸ φ, καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ β γ, τῆς β κ, μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ γ β θ, τῆς ὑπὸ κ β θ: ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ β θ γ, τῆς ὑπὸ κ β θ, τουτέστι τῆς ὑπὸ κ θ β μείζων ἐστίν. οὐκ ἄρα συμπεσεῖται ἡ β γ, τῇ κ θ. οὐκ ἄρα ὀφθήσεται τὸ θ. κατὰ γὰρ τὴν συμβολὴν φαίνεται τῶν β γ, κ θ.

Ἔστω δὴ πάλιν τὰ αὐτὰ τοῖς ἐπάνω τὰ δὲ β, θ ὄμματα ἔστωσαν ἐπὶ τῆς δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τεμνούσης τὴν ἐκ τοῦ κέντρου, τῆς α δ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν β γ, τῇ β ζ: ἡ δὲ γ θ, τῇ γ ζ. παράλληλος ἂν εἴη ἡ β γ, τῇ ζ θ. οὐκ ἄρα συμπεσεῖται ἡ β γ ὄψις, τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὸ ὁρώμενον. τουτέστι τῇ ζ θ, ἐπὶ τὰ θ γ μέρη. ὥστε οὐ φαίνεται τὸ θ ὄμμα. κα-

Sit speculum cauum α γ δ, diameter uero α δ, centrum autē κ, & recta κ γ, statuatur ad angulos rectos lineæ α δ, & κ γ, secetur in duas partes ęquales in puncto π, & per punctum π ducatur linea recta ε π ζ, lineæ γ κ ad angulos rectos & oculi β, θ sint inter ε ζ, et κ centrum positi, in lineis æquedistātibus ε, ζ, æqualiter distantes à κ γ. Sit uero præterea uisus β γ reflexum habens in θ. Nam facit angulos ęquales ad circumferentiam, quoniam ζ ε æquedistat β θ, & β γ est æqualis γ θ, & κ β, κ θ coniunctæ extendantur. sic etiam extendantur β γ, ad φ: & quoniam maior est β γ, quam sit β κ: maior etiā est angulus γ β θ angulo κ β θ. Itaque β θ γ angulus, maior est angulo κ β θ; hoc est κ θ β angulo. Ergo β γ, non concurrit cum κ θ. Quare θ, nō uidebitur: nam in concursu β γ, κ θ uidetur.

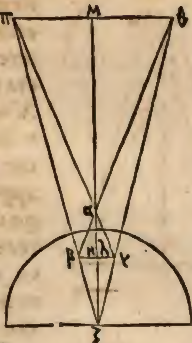
Rursus eadem posita sint ut supra, sed β θ oculi sint cōstituti in recta α δ, quæ in duas partes æquales, & ad angulos rectos secat lineam rectam quæ ex centro ducitur. Quoniam igitur β γ, æqualis est β ζ, & γ θ æqualis γ ζ, β γ ęquedistabit lineæ ζ θ. Ergo β γ uisus, non coincidit cum recta quæ ex centro ducitur ad rem uisam: hoc est ζ θ in partes θ, γ. Itaque θ oculus non appa-

appa-

τὰ γὰρ τῷ συμβολῷ ἐφαίνετο τῶν β γ, ζ θ.

Ἔστω πάλιν τὰ αὐτά, τῆς δὲ διχοτομίας ἀνωτέρω κείσθω τὰ ὄμματα τὰ β, γ, ἴσον ἀπέχοντα τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ζ α. φημὶ δὴ φαίνεσθαι τὰ β, γ, καὶ δεξιὰ ἀριστερά, καὶ τὰ ἀριστερὰ δεξιά, καὶ τὸ εἴδωλον τοῦ ἐνόπτρου μεῖζον τοῦ ἀποστήματος οὗ ἀπέχει τὸ πρόσωπον.

Ἔστω γὰρ ἡ β α ὄψις ἀνακλωμένη, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὰ β, γ, αἱ ζ β, ζ γ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ β α. Ἐπεὶ οὖν διχοτομία ἐστὶ τὸ η, μείζων ἐστὶν ἡ ζ β, τῆς β α. καὶ ἡ ὑπὸ β α ζ γωνία, τῆς ὑπὸ β ζ α, ἴση δὲ τῇ μὲν ὑπὸ β α ζ, ἡ ὑπὸ γ α ζ. τῇ δὲ ὑπὸ β ζ α, ἡ ὑπὸ γ ζ α. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ β α γ, ὅλης τῆς ὑπὸ β ζ γ μείζων ἐστί. συμπεσοῦνται ἄρα αἱ ζ β, γ α ἐκβληθεῖσαι, συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ π. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ β α, ζ γ, συμπεσοῦνται κατὰ τὸ θ. ὀφθήσεται ἄρα τὸ μὲν γ, ἐπὶ τοῦ θ· τὸ δὲ β, ἐπὶ τοῦ π. καὶ φαίνεται τὰ μὲν δεξιὰ ἀριστερά, τὰ δὲ ἀριστερὰ δεξιά. ἀλλὰ μὴν καὶ μείζων ἡ π θ, τῆς β γ, παράλληλοι γάρ εἰσι. τὸ ἄρα εἴδωλον φαίνεται μεῖζον, καὶ μεῖζον ἀπέχον τοῦ ἐνόπτρου. μείζων γὰρ ἡ μ α τῆς α λ.



apparet, nam in concurſu apparebat linearum β γ, ζ θ.

Rurſus eadē ſic ſint propoſita, uerum β, γ oculi collocentur ſupra ſectionem, quæ fit in partes æquales, æqualiter diſtantes à recta ζ α, quæ ex centro ducta eſt. Dico quod β, γ appareant, & dextra ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, & imago maior appareat quam res ſeu perſona cuius eſt imago, & diſtantia qua imago diſtat à ſpeculo maior eſt diſtãtia, qua res ipſa diſtat.

Sit enim β α uiſus, reflexũ faciens & à cētro ζ, ad β, γ ducãtur rectæ ζ β, ζ γ, atq; β α extēdatur. Quoniam igitur in puncto η eſt facta ipſa ſectio in duas partes æquales: ζ β maior eſt quam ſit β α: & angulus β α ζ, maior eſt angulo β ζ α, uerum angulo β α ζ, æqualis eſt angulus γ α ζ, angulo uero β ζ α, ęqualis eſt augulus γ ζ α. totus igitur angulus β α γ, maior eſt, toti angulo β ζ γ. Quare ζ β, γ α ſi extendantur, concurrent. ſit ille concurſus in puncto π. ſimiliter iiſdem rationibus demonſtratur quod β α, ζ γ in puncto θ concurrant. Quare γ, uidebitur ad θ, & β, ad π. & dextera apparent eſſe ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. Verũm π θ, maior eſt β γ. Sunt enim æquediſtantes. Quare imago & maior, & longius à ſpeculo diſtare uidetur. Nam μ α maior eſt α λ.

κη.

Ἐὰν δ' ἔξω τῆς διαμέτρου τεθῇ τὰ ὄμματα, τὰ δεξιὰ δεξιὰ φαίνεται, καὶ τὰ ἀριστερὰ ἀριστερά, καὶ τὸ εἴδωλον ἔλασσον τοῦ προσώπου, καὶ ἐν τῷ ἀνὰ μέσον τοῦ προσώπου καὶ τοῦ ἐνόπτρου.

Ἔστω γὰρ ὄμματα τὰ β, γ κέντρον δὲ τοῦ ἐνόπτρου τὸ ζ. καὶ τῇ διαμέτρῳ πρὸς ὀρθὰς ἔστω ἡ αζδ, καὶ ταύτῃ πρὸς ὀρθὰς ἡ βγ, καὶ τῇ βα ἴση ἔστω ἡ αγ, καὶ ὄψεις ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὸ γ, καὶ διὰ τοῦ κέντρου αἱ βζκ, γζε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εκ. οὐκοῦν τὸ μὲν γ, ἐπὶ τοῦ κ φαίνεται, τὸ δὲ β, ἐπὶ τοῦ ε. τὰ ἄρα δεξιὰ δεξιὰ φαίνεται, καὶ τὰ ἀριστερὰ ἀριστερὰ καὶ τὸ εκ εἴδωλον ἔλασσον τοῦ βγ προσώπου. παράλληλος γάρ ἐστιν ἡ εκ, τῇ βγ. καὶ ἀνὰ μέσον τοῦ ἐνόπτρου καὶ τοῦ προσώπου φαίνεται τὸ εἴδωλον. ἀναγομένου δὲ τοῦ προσώπου, ἔτι ἔλασσον φαίνεται τὸ εἴδωλον. ἔστω γὰρ τὸ μν πρόσωπον, τὸ αὐτὸ τῷ βγ. ἀφεστηκὸς ἀπὸ τοῦ βγ καὶ κείμενον ὁμοίως. οὐκοῦν ἡ ἀπὸ τοῦ μ, ἐπὶ τὸ ζ κέντρον ἐπιζευχθεῖσα. καὶ ἐκβληθεῖσα, ἀνώτερον πεσεῖται τοῦ κ, ἕως τοῦ λ. ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ ν, ἐπὶ τὸ ζ. ἀνώτερον τοῦ ε, ἕως τοῦ κ, ἕως τοῦ θ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ θλ. φαίνεται ἄρα τὰ μ, ν, κατὰ τὰ θ, λ

Vicesima octaua.

Si extra diametrum oculi sint collocati, dextera apparebunt dextera, & sinistra sinistra, & imago minor est eo cuius est imago, atque in loco, qui medius est inter rem uisam & speculũ apparet.

Sint enim oculi β, γ, speculi uero centrum ζ, & diametro ad angulos rectos collocetur αζδ, & huic constituatur βγ, ad angulos rectos, & βα, sit æqualis αγ, & uisus βζκ, γζε, reflexionem faciant ad γ, & per centrum ducantur, prẹterea coniungãtur puncta ε, κ, fiatque recta εκ. Videbitur igitur γ, ad κ: & β, ad ε: dextera igitur dextera, & sinistra apparent sinistra, & imago εκ, minor est quã sit res uisa βγ. Nam ipsa εκ, est æquedistans lineæ βγ, & supra medium speculi atq; rei uisæ apparet imago: quod si res uisa altius extollatur, imago longe minor uidebitur. Sit enim μν, res uisa seu persona, eadem cũ βγ: distans aliquo interuallo à βγ, & similiter sita. Recta igitur ducta ab μ, ad centrũ ζ, & protensa, cadet supra κ, paulo altius usq; ad λ. recta uero quæ ab ν ad ζ ducitur, altior erit quam ε, usque ad κ, usq; ad θ. coniungantur puncta θ, λ. & fiat recta

cta

καὶ δεῖν ἐλάσσον καὶ τὸ θλ, τοῦ κα καὶ ἔγγιον τοῦ ἐνόπτρου.

κθ.

Δυνατὸν δεῖν ἔνοπτρον κατασκευασθῆναι ὥστε ἐν τῷ αὐτῷ φαίνεσθαι πλείω πρόσωπα τὰ μὲν μείζονα, τὰ δὲ ἐλάσσονα· καὶ τὰ μὲν ἔγγιον τὰ δὲ πορρώτερον, καὶ τῶν μὲν τὰ δεξιὰ δεξιά, τὰ δὲ ἀριστερὰ, ἀριστερά· τῶν δὲ τὰ δεξιὰ ἀριστερά, τὰ δὲ ἀριστερὰ, δεξιά.

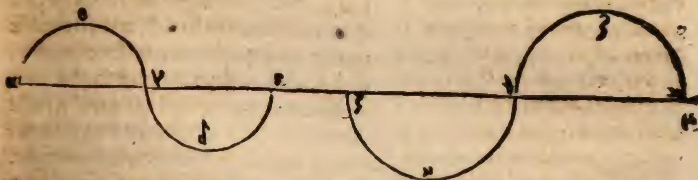
Ἔστω γὰρ ἐπίπεδον τὸ αμ καὶ ἐν τούτῳ γενέσθω κοῖλα μὲν ἔνοπτρα,

cta θλ, Ergo μν, in θλ apparet, & θλ, minor eſt ικ: & propior ſpeculo.

Viceſimanona.

Speculum cõfici poteſt in quo plu res res ſeu perſonæ uideantur, quædam maiores, quædam minores: aliæ propiores, alię longius diſtantes: nõnullę quę dextrę ſunt dextrę, ſiniſtrę uero appareãt ſiniſtrę: pręter has alię quæ ſunt dextræ appareant ſiniſtræ, quæ ſunt ſiniſtræ appareant dextræ.

Sit enim plana ſuperficies αμ, & in illa fiant ſpecula caua αορ, θξκ, conue



οἷα τὰ αορ, θξκ, κυρτὰ δὲ, οἷα τὰ γδε, ζκθ. ἐπίπεδα δὲ, οἷα τὰ εζ, κμ, τεθέντος οὖν τοῦ προσώπου ἄνωθεν τοῦ κ, φαίνεται ἀπὸ μὲν τῶν ἐπιπέδων ἴσα τὰ εἴδωλα, καὶ ἴσον ἀπέχοντα· ἀπὸ δὲ τῶν κυρτῶν ἐλάσσονα, καὶ ἔλασσον ἀπέχοντα· ἀπὸ δὲ τῶν κοίλων παντοδαπῶς, καθάπερ δέδεικται.

λ.

Ἐκ τῶν κοίλων ἐνόπτρων πρὸς τὸν ἥλιον τεθέντων, πῦρ ἐξάπτεται.

Ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ αβγ. ἥλιος δὲ ὁ εζ, κέντρον δὲ τοῦ κατό-

xa uero γδε, ζκθ. plana autem εζ, κμ. Quod ſi igitur perſona ſtet ſuperiore loco quam ſit κ, imagines in planis ſpeculis uidebimus æquales, & ęqualiter diſtantes, ex conuexis uero ſpeculis minores & minori interuallo diſtantes. ex cauis uero omnimode ut demonſtratum eſt.

Triceſima.

Si ad Solem exponantur ſpecula caua: ex ipſis ignis incendetur.

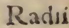
Sit cauum ſpeculum αβγ, Sol autẽ εζ, centrum ſpeculi θ, & ab aliquo pũ

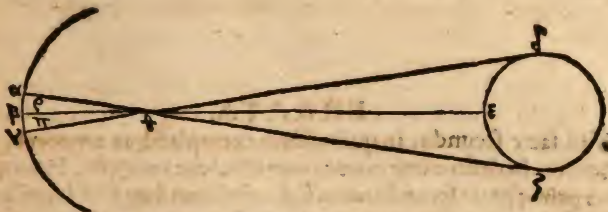
πρὸ τοῦ θ: καὶ ἀπό τινος σημείου τοῦ δ, ἐπιζευχθεῖσα μετὰ τὸ θ κέντρον, ἡ δθ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ β: προσπιπτέτω δὲ ἡ δγ ἀκτὶς, καὶ ἀνακεκλάσθω ἐπὶ τὸ κ, ἀνακλασθήσεται δὴ ἐπάνω τοῦ θ κέντρου. ἡ γὰρ π γωνία, ἡ πρὸς τῇ περιφερείᾳ ἐλάσσων ἐστὶ, τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ λοιπῆς, τῆς ὑπὸ β γ δ. καὶ ἔστω τῇ αβ περιφερείᾳ ἴση ἡ β γ. καὶ ἀπὸ τοῦ δ ἄλλη τις ἀκτὶς προσπιπτέτω ἡ δα, φανερὸν οὖν ὅτι ἀνακλωμένη ἡ δα ἀκτὶς πεσεῖται ἐπὶ τὸ κ, διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν β περιφέρειαν, τῇ β γ. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ δ προσπίπτουσαι ἀκτῖνες πρὸς τὸ ἔσοπτρον, καὶ ἴσας περιφερείας ἀπολαμβάνουσαι ἑκατέρωθεν τοῦ β. εἰς τὸ αὐτὸ συμπεσοῦνται, τῇ β θ ἀνώτερον τοῦ ἐσόπτρου.

Ἔστω πάλιν κοῖλον ἔσοπτρον τὸ αβγ, ἥλιος δὲ ὁ δεζ, καὶ ἀπό τινος σημείου τοῦ ε, διὰ τοῦ θ κέντρου ἔστω θ β, καὶ ἀπ' ἀλλήλων τῶν δ, ζ, αἱ δθγ, ζθα. οὐκ οὖν προεδείχαμεν ὅτι αἱ ἀπὸ τοῦ ε ἀκτῖνες συμπεσοῦνται, εἰς ἑαυτὰς, διὰ τὰς

cto δ, ad centrũ θ, ducatur recta linea δθ, extendaturq; ad β. Radius uero δγ incidat, & reflectatur ad κ. reflectio igitur fiet supra centrum θ. angulus enim π, ad circumferentiam positus, minor est reliquo angulo βγδ, ad circumferentiam sito. & fiat circumferentiæ αβ æqualis circumferentia βγ, & à δ, alius radius incidat in δα. manifestum igitur, quod radius δα reflectens cadet in κ, quoniam β circumferentia æqualis est circumferentiæ βγ. Similiter demonstrabitur quod omnes radii à δ ad speculum cadentes, et ęquales circumferentias intercipientes: ex utraque parte ipsius β, in idem coincident ipsi βθ supra θ.

Sit rursus cauum speculum αβγ, Sol uero εζ, & ab aliquo puncto ε per centrum θ, sit θβ recta ducta & δζ ab aliis ducantur δθγ, ζθα. prædemonstratum igitur est antea, quod radii uenientes ab ε, in sese incidunt propter angulos π, ς qui æquales sunt.


Radii



π, ϛ γωνίας ἴσας· αἱ δὲ ἀπὸ τοῦ ζ διὰ τὰς πρὸς τῷ α γωνίας ἴσας οὔσας ὁμοίως ἀλλήλαις. αἱ δὲ ἀπὸ τοῦ δ, διὰ τὰς πρὸς τῷ γ γωνίας. διάμετροι γάρ εἰσι πᾶσαι. ὅτι δὲ πᾶσαι αὗται εἰς ἑαυτὰς ἀνακλῶνται δῆλον. διὰ γὰρ τοῦ κέντρου οὖσαι ἡμικύκλιον ποιοῦσιν. αἱ δὲ τῶν ἡμικυκλίων γωνίαι αἱ γινόμεναι πρὸς τοῖς πέρασι τῶν διαμέτρων, καὶ τῶν περιφερειῶν ἴσαι εἰσί. δι' ἴσων ἄρα γωνιῶν αἱ ἀνακλάσεις γίνονται, καὶ διὰ τοῦτο καὶ εἰς ἑαυτὰς ἀνακλῶνται. πᾶσαι ἄρα συμπεσοῦνται ἀπὸ πάντων τῶν σημείων ἐπὶ τὰς διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἐν τῷ κέντρῳ ἀκτῖνες. τούτων οὖν τῶν ἀκτίνων ἐθερμαινομένων περὶ τὸ κέντρον πῦρ ἀθροίζεται. ὥστε ἐνταῦθα ϛυππίον τεθὲν ἐξαφθήσεται.

ΤΕΛΟΣ.

Radii uero ex puncto ζ, propterea quod anguli ad α, ſint æquales, ſimili modo in ſeſe recident. radii uero à δ, per angulos qui ſũt ad γ, omnes enim ſunt diametri. Manifeſtum autem eſt quod omnes in ſeipſos reflectantur: cum enim per centrum ductæ ſint ad circumferẽtiam ſemicirculũ faciunt. Anguli uero ſemicirculorum qui fiũt ad extrema diametrorum & circumferentiarum ęquales ſunt. Reflexiones igitur fiunt per æquales angulos & propterea in ſeſe reflectũtur. Omnes igitur radii ab omnibus punctis ad rectas quæ per centrũ & in centro ſunt concurrunt. His igitur radiis excalefactis, ignis circa centrum conglobatur; itaque ſi ad centrum apponatur ſtupa incendetur.

Finis.



ERRATA.

A iii facie ſecunda, in quibuſdam exemplaribus amorem, lege auctorem. In definitione prima ἐϖιπροσθεῖ. lege ἐπιπροσθεῖ. In propoſitionis primę parte ſecunda iuxta figuram ſecundam κ̄ε θ lege ε̄ κ θ, & poſtea ζ λ lege ζ κ λ. Figuram uero facile ſic corriges. ad lineam β̄ κ colloca θ: ad lineam δ̄ κ λ. ᾱ uero in ſiniſtram inferioris circuli extremam partem: γ autẽ dextram: & paulo ſupra ᾱ intra circulum, ε: paulo ſupra γ̄, literam ζ. B. propoſitione ſecunda reflexu. lege reflexũ. ἀφ' ἑαυτῆς) ἐφ' ἑαυτῆς. Propoſitione decimatertia γ σ, lege γ β. D. propoſitione uigeſima coniungat, lege contingat. Quæ præterea corrigenda erunt, quiuis ſua induſtria emendare facillime poterit.